



Rafael Bernardo Balugas Claro

Licenciado em Ciências de Engenharia e Gestão Industrial

Implementação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de Tintas e Revestimentos

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia e Gestão industrial

Orientador: Doutor José Fernando Gomes Requeijo, Professor
Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologias da
Universidade Nova de Lisboa

Júri:

Presidente: Prof. Doutor José Cabeças
Arguente: Prof. Doutor António Abreu
Vogal: Prof. Doutor José Gomes Requeijo



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro 2018

Implementação do Controlo Estatístico do Processo numa Indústria de Tintas e Revestimentos

Copyright © Rafael Claro, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

A presente dissertação é o resultado da aprendizagem contínua ao longo do percurso académico nos últimos cinco anos e da colaboração e apoio de um grande número de pessoas, sem as quais não seria possível a realização deste trabalho.

Assim, expresso os meus mais sinceros agradecimentos:

Ao meu orientador, Professor Doutor José Gomes Requeijo, pela sua exigência e preocupação, pela sua disponibilidade, pelo seu apoio e boa disposição que foi fundamental para a evolução desta dissertação. Os meus sinceros agradecimentos pela sua contribuição e sugestões ao longo deste trabalho.

Ao Diretor Fabril da Hempel (Portugal), Lda., Engenheiro Pierre Godinho, pela oportunidade concedida em desenvolver este trabalho ao me acolher num estágio, bem como a ajuda e disponibilidade prestada. A sua preocupação foi crucial na minha integração e compreensão de todo o sistema de produção.

À Engenheira Teresa Guimarães, do departamento da Qualidade, pela sua total disponibilidade em me receber e esclarecer sobre todas as etapas do processo de controlo, sempre com muita simpatia.

A todos os operadores que se demonstraram sempre disponíveis em me ajudar com a transmissão de conhecimentos sobre os processos e facilitaram o processo de recolha de dados.

Aos meus amigos e colegas de curso, que me acompanharam ao longo de todo o meu percurso académico, sempre com humor e boa disposição e de certa forma foram responsáveis pelo meu desenvolvimento como pessoa e sucesso como estudante.

Pretendo deixar um agradecimento especial à minha família, pelo apoio incondicional não só durante a realização desta dissertação, mas também relativamente ao meu crescimento individual, que me permitiu desenvolver e definir o meu caminho no mundo profissional. Sem eles nada disto seria possível e por isso estarei eternamente grato. Por fim, queria destacar o meu agradecimento à Margarida pela paciência, apoio, motivação e força transmitida nos momentos menos bons deste percurso.

Resumo

A evolução da qualidade tem vindo a assumir uma elevada importância no quotidiano das organizações, permitindo a compreensão e modelação estatística dos seus processos auxiliando a tomada de decisões da gestão de topo de forma a otimizar e minimizar os custos do sistema de produção.

No presente trabalho é realizada uma revisão bibliográfica relativa ao conceito de Controlo Estatístico do Processo Univariado e Multivariado, referindo as abordagens tradicionais, condições de aplicabilidade e estudo da capacidade. É também mencionado os desenvolvimentos sobre as “Pequenas Produções” (*Short Runs*), que foi particularmente útil devido à indústria e respetivo sistema produtivo, que favorece a utilização destas metodologias.

A aplicação do Controlo Estatístico do Processo (*SPC*) apresentado é realizada com recurso a diversas técnicas estatísticas como testes de hipóteses, cartas de controlo univariadas e multivariadas em situações em que o número de dados é uma limitação e outras onde o mesmo não se verifica, estudo da capacidade do processo nos dois cenários onde é sugerido um método de estudo da capacidade multivariada em que o número de dados é reduzido (indicação gráfica nas Cartas $MQ(X)$ dos índices de capacidade multivariados) e diagramas de causa e efeito com o intuito de identificar as causas de destabilização dos processos em estudo.

A implementação do Controlo Estatístico do Processo apresentado na presente dissertação desenvolveu-se na empresa Hempel (Portugal), Lda. com o objetivo de melhorar o seu sistema produtivo, nomeadamente nas etapas de produção de tinta e enchimento das embalagens. Assim, é possível auxiliar na identificação de causas especiais e nas respetivas ações corretivas.

Palavras Chave: Controlo Estatístico do Processo (*SPC*), Variabilidade, Capacidade do Processo, Cartas de Controlo, Estudo Univariado e Multivariado, Indústria de Tintas

Abstract

Quality evolution has been assuming an important role on everyday organizations allowing the understanding and modeling of processes statistically, helping the decision making of top management on the enhancement and cost minimization of their production system.

In this work a bibliographical review is made, contemplating the concept of Univariate and Multivariate Statistical Process Control, mentioning the traditional approaches, the applicability conditions and process capability. It is also referred the development made until now about Short Runs, that was useful in this project because of the industry and respective scheme production, that favors this methodologies application.

The utilization of Statistical Process Control presented is made attending various statistics techniques as hypothesis tests, univariate and multivariate control charts in two situations where the number of data is and is not considered a limitation, the process capability in both scenarios where is suggested a method to study the process capability on multivariate control charts where the number of data is restricted (graphic representation on $MQ(X)$ Charts of process capability indexes) and cause-effect diagrams with the purpose of identifying destabilization causes in the processes under investigation.

The implementation of Statistical Process Control presented in this dissertation was developed in the company Hempel (Portugal), Lda. with the goal of improving their production processes, particularly in the paint production and filling processes. This way, it is possible to identify special causes and execute corrective actions.

Key Words: Statistical Process Control (SPC), Variability, Process Capability, Control Charts, Univariate and Multivariate Study, Coats Industry

Abreviaturas

ARL – *Average Run Length*, número médio ao fim do qual se deteta uma situação fora de controlo

ARL_{EC} – ARL em controlo

ARL_{FC} – ARL fora de controlo

ATEX – Atmosfera Explosiva

CSD – *Customer Service Demand*

CUSUM – *Cumulative Sum* (Somas Acumuladas)

EN – *European Norm*

EPI – Equipamento de Proteção Individual

ETAR – Estação de Tratamento de Águas Residuais

EWMA – *Exponentially Weighted Moving Averages* (Média Móvel Exponencialmente Amortecida)

FAC – Função Auto-Correlação

FACP – Função Auto-Correlação Parcial

FMEA – *Failure Mode Effects Analysis*, Análise dos Modos e de Falhas e seus Efeitos

HSE – *Health & Safety Environment*

I&D – Investigação e Desenvolvimento

IPQ – Instituto Português da Qualidade

ISO – *International Organization for Standardization*

JIT – *Just in Time*

K-S – Kolmogorov-Smirnov

L - Litros

LC – Linha Central

LIC – Limite Inferior de Controlo

LIE – Limite Inferior do Processo

LIP – Limite Superior do Processo

LSC – Limite Superior de Controlo

MCUSUM – *Multivariate Cumulative Sum*

MEWMA – *Multivariate Exponentially Weighted Moving Averages*

MP – Matérias Prima

MR – *Moving Range*, média móvel

MSPC – *Multivariate Statistical Process Control* (Controlo Estatístico do Processo Multivariado)

MSSD – Diferença dos Quadrados Mínimos Sucessivos

MTT – *Multitint*

NP – *New Work Item Proposal*

OHSAS – *Occupational Health and Safety Assessment Series*

OVM – Organismo de Verificação Metrológica

PDCA – *Plan-Do-Check-Act*

PT – Portugal

QFD – *Quality Function Deployment*, Desdobramento da Função Qualidade

SGA – Sistema de Gestão Ambiental

SIG – Sistema de Gestão Integrada

SGQ – Sistema de Gestão de Qualidade

SGSST – Sistema de Gestão de Saúde e Segurança no Trabalho

SPC – *Statistical Process Control* (Controlo Estatístico do Processo)

TQM – *Total Quality Management*, Gestão pela Qualidade Total

Simbologia

A_r	Parâmetro da estimação da estatística $Q_r(X_r)$ para cartas $MQ(X)$
A, A_2, A_3	Constantes das cartas de controlo
B_3, B_4, B_5, B_6	Constantes das cartas de controlo
c_4	Constantes das cartas de controlo
C_p	Índice de capacidade potencial do processo
C_{pk}	Índice de capacidade do processo
$(C_{pk})_I$	Índice inferior de capacidade do processo
$(C_{pk})_S$	Índice superior de capacidade do processo
C_{pm}	Índice de capacidade de segunda geração
C_{pM}	Índice de capacidade de um processo multivariado
C_{pmk}	Índice de capacidade do processo de terceira geração
$(C_{PM})_{MQ}$	Índice de capacidade do processo multivariado para cartas $MQ(X)$
d_j	Estatística d para determinar se a variável j de um processo multivariado é responsável por ponto fora de controlo na carta T^2
D_1, D_2, d_2, D_3, D_4	Constantes das cartas de controlo
$D_{crítico}$	Valor crítico do teste Kolmogorov-Smirnov
$det(\Sigma_i^{-1})$	Determinante da matriz inversa Σ_i
$det(\Sigma^{-1})$	Determinante da matriz inversa Σ
fpc	Fator processo centrado
F_0	Valor da estatística amostral de Fisher
$F_0(x)$	Função de Distribuição Normal
$F_{\alpha;p,mn-m-p+1}$	Percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição Fisher com parâmetros p e $mn - m - p + 1$
$F_{v_1,v_2}(\blacksquare)$	Função de Distribuição de Fisher com v_1 e v_2 graus de liberdade no numerador e denominador, respetivamente
$G_v(\blacksquare)$	Função de Distribuição t -student, com v graus de liberdade
g.l.	Graus de liberdade

H_0	Hipótese nula num teste de hipóteses
H_1	Hipótese alternativa num teste de hipóteses
k	Nível mínimo exigido para a capacidade do processo
LI	Índice de capacidade multivariado, que analisa a localização das regiões definidas pela especificação do processo
m	Número de amostras
$MC_p, MC_{pk}, MC_{pm}, MC_{pmk}$	Índices multivariados da capacidade do processo
MR_i	Amplitude móvel da amostra i
\overline{MR}_r	Média das amplitudes móveis no instante r
\overline{MR}	Média das amplitudes móveis
n	Dimensão da amostra
N	Número de dados
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com média μ e variância σ^2
$N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$	Distribuição Normal multivariada com vetor de médias $\boldsymbol{\mu}$ e matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$
p	Número de características de um determinado processo multivariado
PV	Índice de capacidade multivariado que compara as localizações dos vetores $\boldsymbol{\mu}$ e \mathbf{T}
PV_{MQ}	Índice de capacidade multivariado que compara as localizações dos vetores $\boldsymbol{\mu}$ e \mathbf{T} para cartas $MQ(X)$
$Q_i(\bar{X}_i)$	Estatística Q obtida através da transformação de \bar{X}
Q_I	Índice inferior de capacidade das cartas Q
\hat{Q}_I	Estimativa do índice inferior de capacidade das cartas Q
$Q_i(S_i^2)$	Estatística Q obtida através da transformação de S_i^2
$Q_r(X_r)$	Estatística Q obtida através da transformação da variável X no instante r
$Q_r(MR_r)$	Estatística Q obtida através da transformação da variável MR no instante r
Q_S	Índice superior de capacidade das cartas Q
\hat{Q}_S	Estimativa do índice superior de capacidade das cartas Q

R	Amplitude amostral
\bar{R}	Média das amplitudes amostrais
R_i	Valor da amplitude para determinada amostra i
S	Desvio padrão amostral
\mathbf{S}	Matriz das covariâncias amostrais
\mathbf{S}^{-1}	Matriz inversa das covariâncias amostrais
S^2	Variância amostral
\bar{S}^2	Variância amostral média
S_i^2	Variância da amostra i
S_{jh}	Covariância amostral entre as características j e h
S_{jkh}	Covariância entre as características j e h na amostra k
S_{jk}^2	Variância da característica j na amostra k
$S_{p,i}^2$	Variância combinada de i amostras
$S_{pool,r}$	Matriz das covariâncias combinadas no instante r
S_r	Desvio padrão amostral para um instante r
\bar{S}_r	Estimativa da média do desvio padrão amostral num instante r
$S(x)$	Função de Distribuição amostral
T	Valor nominal do processo (<i>target</i>)
\mathbf{T}	Vetor dos valores nominais do processo
T^2	Estatística multivariada de Hotelling
T_j^2	Estatística multivariada de Hotelling determinada a partir de todas as variáveis p à exceção da variável j
$(W_i)_j$	Estatística W da amostra i da característica ou produto j
X	Característica da qualidade
\mathbf{X}	Vetor constituído pelos valores das p variáveis
\bar{X}	Média amostral
$\bar{\bar{X}}$	Média das médias

$\bar{\mathbf{X}}$	Vetor da média das médias
$x_{(i)}$	Observação de ordem i
\bar{X}_i	Média de uma amostra i
\bar{X}_{jk}	Média de uma característica da qualidade j na amostra k
X_{ijk}	Observação i da característica j na amostra k
\bar{X}_k	Vetor das médias das p características da amostra k
\bar{X}_r	Média para um instante r
$\bar{\bar{X}}_r$	Média das médias para um determinado instante r
$(Z_i)_j$	Estatística Z para determinada amostra i para a característica ou produto j
Z_L	Índice de capacidade inferior para as cartas Z
Z_S	Índice de capacidade superior para as cartas Z
α	Nível de significância, risco do produtor (erro do tipo I)
β	Risco do consumidor (erro do tipo II)
λ	Parâmetro de transformação pelo método Box-Cox
μ	Média do processo
$\boldsymbol{\mu}$	Vetor média do processo
$\hat{\mu}$	Média do processo estimada
μ_i	Média do processo relativo à característica i
v	Graus de liberdade
v_i	Graus de liberdade da amostra i
$P_{0,135\%}$	Percentil à direita de 0,135% da distribuição de uma variável X
$P_{99,865\%}$	Percentil à direita de 99,865% da distribuição de uma variável X
$P_{50\%}$	Mediana de uma variável X
$\boldsymbol{\Sigma}$	Matriz das covariâncias amostrais
$\Phi^{-1}(\blacksquare)$	Inverso da função de distribuição Normal
χ^2	Estatística do Qui-Quadrado

$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}; n-1}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado para uma probabilidade $\frac{\alpha}{2}$ com parâmetro $n - 1$
$\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right); n-1}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado para uma probabilidade $\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$ com parâmetro $n - 1$
$\chi^2_{\alpha, p}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado para um nível de significância α e parâmetro p
$\chi^2_{\alpha, v}$	Percentil à direita da distribuição Qui-Quadrado para um nível de significância α com v graus de liberdade
σ	Desvio padrão do processo
$\hat{\sigma}$	Estimativa do desvio padrão do processo
σ^2	Variância do processo
$\hat{\sigma}_r$	Estimativa do desvio padrão do processo para o instante r

Índice

1.	Introdução.....	1
1.1.	Enquadramento do Tema e Motivações	1
1.2.	Objetivos	2
1.3.	Estrutura da Dissertação	3
2.	Contextualização Teórica	5
2.1.	Introdução.....	5
2.2.	Desenvolvimento do Conceito de Qualidade	5
2.3.	Controlo Estatístico do Processo Univariado	9
2.3.1.	Princípios das Cartas de Controlo	10
2.3.2.	Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo	13
2.3.3.	Recolha de Dados	15
2.3.4.	Condições de Aplicabilidade	16
2.3.5.	Tipos de Cartas de Controlo	19
2.4.	Capacidade Univariada do Processo	27
2.4.1.	Índices de Capacidade do Processo para Dados Normais	28
2.4.2.	Índices de Capacidade do Processo para Dados não Normais	31
2.5.	Controlo Estatístico de Pequenas Produções.....	33
2.5.1.	Cartas de Controlo Z e W	34
2.5.2.	Cartas de Controlo Q	38
2.6.	Controlo Estatístico do Processo Multivariado	42
2.6.1.	Cartas Multivariadas Tradicionais.....	44
2.6.2.	Número Restrito de Dados	51
3.	Caracterização da Empresa	57
3.1.	Apresentação da Empresa Hempel (Portugal), Lda.....	57
3.2.	Estrutura Organizacional da Hempel.....	58

3.3.	Instalações da Hempel PT	59
3.4.	Certificações e Distinções	61
3.5.	Produtos da Hempel PT.....	61
3.6.	Processo Produtivo	63
3.6.1.	Introdução.....	63
3.6.2.	Matérias Prima	64
3.6.3.	Picking e Pesagem.....	64
3.6.4.	Mistura e Dispersão.....	65
3.6.5.	Moagem.....	68
3.6.6.	Mistura Final / Let-down.....	68
3.6.7.	Afinação	68
3.6.8.	Controlo da Qualidade.....	69
3.6.9.	Correção de características do produto.....	70
3.6.10.	Filtração e Enchimento.....	70
3.6.11.	Lavagem	73
3.6.12.	Trasfegas	73
3.6.13.	<i>Multitint</i>	73
4.	Estudo de Caso	75
4.1.	Introdução.....	75
4.2.	SPC aplicado ao processo de produção da tinta	75
4.2.1.	Metodologia.....	75
4.2.2.	Análise Univariada – Cartas $\bar{Q}(X)$ e $\bar{Q}(MR)$	76
4.2.3.	Análise Multivariada – Cartas $M\bar{Q}(X)$	83
4.2.4.	Conclusões e Comparação de Resultados	86
4.3.	SPC aplicado ao processo de enchimento	92
4.3.1.	Metodologia.....	92
4.3.2.	Fase I	93
4.3.3.	Fase II.....	99

4.3.4.	Conclusões.....	102
5.	Conclusões e Sugestões.....	105
5.1.	Resultados do estudo realizado	105
5.1.1.	Fase de produção de tinta	105
5.1.2.	Fase de Enchimento.....	106
5.2.	Sugestões para trabalhos futuros	107
	Referências Bibliográficas	109
Anexo I.	Tabelas Auxiliares.....	115
Anexo II.	Hempel (Portugal), Lda.	119
Anexo III.	Processo de Produção de Tinta – Estudo Univariado.....	121
III.1.	Cartas de Controlo.....	121
III.2.	Tabelas Auxiliares à Construção das Cartas de Controlo.....	147
III.3.	Valores Recolhidos.....	157
Anexo IV.	Processo de Produção de Tinta – Estudo Multivariado.....	161
IV.1.	Cartas de Controlo.....	161
IV.2.	Tabelas Auxiliares à Construção das Cartas de Controlo.....	165
Anexo V.	Processo de Enchimento.....	171

Índice de Figuras

Figura 2.1 - Carta de Controlo (Fonte: Pereira e Requeijo, 2012)	11
Figura 2.2 - Regras para a deteção de causas especiais (Fonte: Pereira e Requeijo, 2012)	14
Figura 2.3 - Capacidade do Processo (Adaptado de: Oakland (2003))	28
Figura 2.4 - Relação entre índices C_p e C_{pk} (Fonte: Montgomery (2009))	29
Figura 2.5 - Exemplificação das regiões envolvidas (Fonte: Pereira e Requeijo, (2012))	49
Figura 3.1 - Logótipo antigo (direita) e logótipo atual (esquerda)	57
Figura 3.2 - Centro de produção e operações em Portugal.....	58
Figura 3.3 - Organograma representativo da Hempel em Portugal	59
Figura 3.4 - Planta da unidade industrial portuguesa	60
Figura 3.5 - Mercados onde a Hempel marca presença.....	62
Figura 3.6 - Fluxograma de produção de tinta	63
Figura 3.7 - Tanque portátil.....	65
Figura 3.8 - Tanque agitador	66
Figura 3.9 - Agitador para tanques portáteis	67
Figura 3.10 - Tanque agitador	67
Figura 3.11 - Moinho de esferas vertical.....	68
Figura 3.12 - Filtro de bolsa	70
Figura 3.13 - Máquina de Enchimento Volumétrica	71
Figura 3.14 - Máquina de Enchimento Gravimétrica	72
Figura 3.15 - Máquina <i>Multitint</i>	74
Figura 4.1 - Carta $\bar{Q}(X)$ do produto B para a característica Densidade	77
Figura 4.2 - Carta $\bar{Q}(MR)$ do produto B para a característica Densidade.....	78
Figura 4.3 - Diagrama de Ishikawa para identificação de causas na produção de tintas.....	82
Figura 4.4 - Carta $M\bar{Q}(X)$ do produto B	83
Figura 4.5 - Carta $\bar{Q}(X)$ da Densidade.....	87
Figura 4.6 - Carta $\bar{Q}(X)$ da Viscosidade	88
Figura 4.7 - Carta $\bar{Q}(X)$ do Escorrimento	89
Figura 4.8 - Carta $M\bar{Q}(X)$ da Densidade, Viscosidade e Escorrimento	90
Figura 4.9 – Carta \bar{X} do volume de enchimento de 20 litros	93
Figura 4.10 - Carta S do volume de enchimento de 20 litros	94
Figura 4.11 - Carta \bar{X} revista do volume de enchimento de 20 litros	94
Figura 4.12 - Carta S revista do volume de enchimento de 20 litros.....	95
Figura 4.13 - Regras para deteção de padrões não aleatórios na carta \bar{X} no volume de 20 litros.....	95

Figura 4.14 - Regras para detecção de padrões não aleatórios na carta <i>S</i> no volume 20 litros	96
Figura 4.15 - Normalidade dos dados relativos ao volume de 20 litros	98
Figura 4.16 - Diagrama de Ishikawa para a instabilidade e causas especiais no processo de enchimento	100
Figura 4.17 - Carta <i>Z</i> do volume de enchimento de 20 litros	101
Figura 4.18 - Carta <i>W</i> do volume de enchimento de 20 litros	101
Figura II.1 - Esquema de produção de tintas (Fonte: Hempel)	119
Figura III.1 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Densidade do Produto A	121
Figura III.2 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Densidade do Produto A	121
Figura III.3 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Viscosidade do Produto A.....	122
Figura III.4 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Viscosidade do Produto A	122
Figura III.5 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Escorrimento do Produto A.....	123
Figura III.6 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Escorrimento do Produto A	123
Figura III.7 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Viscosidade do Produto B	124
Figura III.8 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Viscosidade do Produto B.....	124
Figura III.9 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Escorrimento do Produto B	125
Figura III.10 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Escorrimento do Produto B.....	125
Figura III.11 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Densidade do Produto C.....	126
Figura III.12 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Densidade do Produto C	126
Figura III.13 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Viscosidade do Produto C	127
Figura III.14 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Viscosidade do Produto C.....	127
Figura III.15 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Escorrimento do Produto C	128
Figura III.16 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Escorrimento do Produto C.....	128
Figura III.17 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Densidade do Produto D	129
Figura III.18 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Densidade do Produto D	129
Figura III.19 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Viscosidade do Produto D.....	130
Figura III.20 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Viscosidade do Produto D.....	130
Figura III.21 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Escorrimento do Produto D.....	131
Figura III.22 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Escorrimento do Produto D.....	131
Figura III.23 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Densidade do Produto E.....	132
Figura III.24 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Densidade do Produto E.....	132
Figura III.25 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Viscosidade do Produto E	133
Figura III.26 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Viscosidade do Produto E.....	133
Figura III.27 - Carta <i>Q(X)</i> da característica Escorrimento do Produto E	134
Figura III.28 - Carta <i>Q(MR)</i> da característica Escorrimento do Produto E.....	134

Figura III.29 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto F	135
Figura III.30 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto F.....	135
Figura III.31 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto F	136
Figura III.32 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto F	136
Figura III.33 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto F	137
Figura III.34 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto F	137
Figura III.35 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto G	138
Figura III.36 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto G	138
Figura III.37 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto G.....	139
Figura III.38 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto G.....	139
Figura III.39 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto G.....	140
Figura III.40 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto G.....	140
Figura III.41 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto H	141
Figura III.42 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto H	141
Figura III.43 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto H.....	142
Figura III.44 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto H.....	142
Figura III.45 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto H.....	143
Figura III.46 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto H.....	143
Figura III.47 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto I.....	144
Figura III.48 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto I.....	144
Figura III.49 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto I	145
Figura III.50 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto I.....	145
Figura III.51 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto I	146
Figura III.52 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto I.....	146
Figura IV.1 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto A.....	161
Figura IV.2 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto B	161
Figura IV.3 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto C	162
Figura IV.4 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto D.....	162
Figura IV.5 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto E	163
Figura IV.6 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto F.....	163
Figura IV.7 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto G	164
Figura IV.8 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto H.....	164
Figura IV.9 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto I	165
Figura V.1 – Carta X do volume de enchimento de 5 litros	171
Figura V.2 - Carta S do volume de enchimento de 5 litros	171

Figura V.3 - Carta <i>X</i> revista do volume de enchimento de 5 litros	172
Figura V.4 - Carta <i>S</i> revista do volume de enchimento de 5 litros.....	172
Figura V.5 - Regras para detecção de padrões não aleatórios na carta <i>X</i> no volume 5 litros.....	173
Figura V.6 - Regras para detecção de padrões não aleatórios na carta <i>S</i> no volume 5 litros	173
Figura V.7 - Normalidade dos dados relativos ao volume de 5 litros	173

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Tabela para aplicação do teste <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	18
Tabela 2.2 - Tipos de cartas de controlo.....	20
Tabela 2.3 - Valores mínimos recomendados para índices de capacidade (Adaptado: Montgomery (2009)).....	31
Tabela 4.1 - Análise das cartas $\bar{Q}(X)/\bar{Q}(MR)$ para a característica Densidade de todos os produtos	79
Tabela 4.2 - Análise das cartas $\bar{Q}(X)/\bar{Q}(MR)$ para a característica Viscosidade de todos os produtos..	79
Tabela 4.3 - Análise das cartas $\bar{Q}(X)/\bar{Q}(MR)$ para a característica Escorrimento de todos os produtos	79
Tabela 4.4 - Capacidade do processo próximo do limiar da aceitabilidade	80
Tabela 4.5 - Capacidade do processo não conforme que não justifica reinício de estudo	80
Tabela 4.6 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto B.....	84
Tabela 4.7 - Ocorrências nas cartas $M\bar{Q}(X)$ de todos os produtos.....	85
Tabela 4.8 - Análise da identificação de causas especiais de variação	96
Tabela 4.9 - Variáveis de aferição da Normalidade dos volumes de enchimento.....	98
Tabela 4.10 - Parâmetros do processo e índices de capacidade	99
Tabela I.1 - Distribuição da Estatística D (Kolmogorov-Smirnov).....	115
Tabela I.2 - Distribuição da Estatística D (Lilliefors)	116
Tabela I.3 - Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis	117
Tabela III.1 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto A	147
Tabela III.2 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto A.....	147
Tabela III.3 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto A.....	147
Tabela III.4 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto B.....	148
Tabela III.5 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto B.....	148
Tabela III.6 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto B	149
Tabela III.7 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto C.....	149
Tabela III.8 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto C.....	150
Tabela III.9 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto C	150
Tabela III.10 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto D	151
Tabela III.11 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto D.....	151
Tabela III.12 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto D.....	151
Tabela III.13 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto E.....	152
Tabela III.14 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto E	152
Tabela III.15 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto E	152
Tabela III.16 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto F	153

Tabela III.17 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto F	153
Tabela III.18 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto F	153
Tabela III.19 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto G	154
Tabela III.20 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto G.....	154
Tabela III.21 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto G.....	154
Tabela III.22 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto H	155
Tabela III.23 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto H.....	155
Tabela III.24 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto H.....	155
Tabela III.25 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto I.....	156
Tabela III.26 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto I	156
Tabela III.27 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto I	156
Tabela III.1 - Valores recolhidos do produto A	157
Tabela III.2 - Valores recolhidos do produto B.....	157
Tabela III.3 - Valores recolhidos do produto C.....	158
Tabela III.4 - Valores recolhidos do produto D	158
Tabela III.5 - Valores recolhidos do produto E.....	159
Tabela III.6 - Valores recolhidos do produto F	159
Tabela III.7 - Valores recolhidos do produto G	159
Tabela III.8 - Valores recolhidos do produto H	160
Tabela III.9 - Valores recolhidos do produto I.....	160
Tabela IV.1 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto A	165
Tabela IV.2 - Cálculos auxiliares para determinação de índices de capacidade multivariados do produto A.....	167
Tabela IV.4 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto C	168
Tabela IV.5 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto D	168
Tabela IV.6 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto E.....	169
Tabela IV.7 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto F.....	169
Tabela IV.8 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto G	169
Tabela IV.9 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto H	170
Tabela IV.10 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto I.....	170

1. Introdução

O esforço realizado pelas organizações industriais na procura contínua pela melhoria do desempenho de processos é cada vez mais uma realidade, consequência do aumento da competitividade entre empresas de forma a satisfazer os seus clientes. Cada vez mais é necessário existir diferenciação por parte das empresas, de modo a ser possível obter uma vantagem competitiva relativamente às organizações inseridas nos mercados nos quais operam. Assim sendo, as entidades ambicionam encontrar-se na vanguarda na busca de novas metodologias e processos sempre com o objetivo de melhorar a eficiência, minimizando custos, garantindo o aumento do rendimento dos recursos disponíveis ou evoluindo noutros aspetos relacionados. Motivos que conduzem ao aumento da importância da temática Qualidade no ecossistema das organizações, assumindo assim um papel determinante para o alcance do sucesso.

A aplicação de métodos estatísticos permite às empresas expandir o seu conhecimento na área da Qualidade, possibilitando assim uma melhor interpretação e modelação dos seus processos e variabilidade inerentes, mesmo em situações onde a sua aplicação pareça desadequada. A análise estatística possibilita a identificação de soluções ou ações de prevenção eficazes e por isso, revela-se uma mais-valia por servir de suporte essencial na tomada de decisões.

Deste modo, o Controlo Estatístico do Processo (*SPC*) amplia a versatilidade de compreensão dos processos da organização, uma vez que permite, numa primeira fase, realizar uma avaliação preliminar de um processo, estimar os seus parâmetros e avaliar a capacidade face às especificações técnicas impostas pela empresa, cliente ou outra entidade externa. Numa segunda fase, existe a oportunidade de realizar a monitorização do processo e atuar no mesmo, caso existam ocorrências sobre as quais se deva incidir e assim promover a eficiência financeira inerente a ramos como a mão-de-obra, matérias-primas, equipamentos, entre outros.

1.1. Enquadramento do Tema e Motivações

O desenvolvimento deste estudo de caso, no âmbito do Controlo Estatístico do Processo (*SPC*), realiza-se em parceria com a Hempel (Portugal), Lda.. A Hempel, grupo multinacional com sede na Dinamarca, dedica-se à produção de tintas e revestimentos para diferentes mercados e conta com presença em mais de 45 países em todo o mundo.

Com a necessidade identificada pela empresa em elaborar um controlo associado à fase de enchimento das suas latas surgiu a oportunidade de implementar técnicas relativas ao *SPC* não só no processo de

enchimento como também na etapa de produção de tintas com o objetivo de modelar, e posteriormente controlar, diferentes processos e observar a variabilidade de forma a que quando sejam identificadas causas especiais exista o procedimento de ações corretivas adequadas.

De modo a ser possível realizar a implementação do *SPC* de forma fundamentada, é essencial realizar uma pesquisa sobre os desenvolvimentos existentes na área da Qualidade até ao momento, com o intuito de se aplicar as técnicas estatísticas que melhor se moldam à realidade experienciada nesta empresa.

1.2. Objetivos

O objetivo basilar da realização desta dissertação centra-se na pesquisa de metodologias que retratem de forma idónea o comportamento dos processos em estudo e que, consequentemente, permitam a implementação do Controlo Estatístico do Processo na Hempel (Portugal), Lda., e posterior monitorização desses processos em tempo real. Esta investigação terá como principais problemáticas conseguir compreender quais as técnicas na área do *SPC* que melhor se moldam, consoante o processo produtivo em análise. Atendendo à essência da indústria de tintas e revestimentos, as etapas do esquema produtivo abordadas serão aquelas que maior relevância possuem no cômputo geral.

Numa primeira parte deste trabalho o foco incidirá no processo de produção de tintas, no qual serão analisadas características da qualidade consideradas relevantes. O objetivo passa por identificar qual a melhor abordagem para estimar corretamente os parâmetros do processo de diversos produtos previamente selecionados, refletir sobre os resultados obtidos e assim alcançar um patamar que permita alertar para obstáculos observados e recomendar propostas de melhoria baseadas na análise estatística do processo.

Outro dos objetivos do estudo decorre da necessidade de modelar o comportamento do processo na área de enchimento. Reconhecendo as diferenças no desenrolar do processo comparativamente ao anterior, a intenção passa também por estimar os parâmetros do processo nesta área onde serão utilizadas as ferramentas que o autor considerar mais adequadas, tendo como sustentação uma forte componente teórica explanada no capítulo 2. Para além da aferição da estabilidade do processo caso exista, a monitorização realizada tem como finalidade a sugestão de melhorias que conduzam a uma estabilidade do processo.

Para complementar a componente prática realizada, identificam-se ações de melhoria que possibilitem um melhor funcionamento dos processos e sugerem-se oportunidades de futuros estudos que se relacionem ou tenham como ponto de partida a presente dissertação e acrescentem mais-valia na ótica da empresa.

1.3. Estrutura da Dissertação

A presente dissertação é composta por 5 capítulos distintos, sendo que o objetivo desta divisão é tornar a leitura apelativa e organizada. Deste modo, é possível organizar os tópicos numa ordem que faça sentido para o leitor e que os mesmos se complementem.

O primeiro capítulo, designado por Introdução, serve o propósito de apresentar o enquadramento geral do tema abordado assim como dar a conhecer as motivações do autor que conduziram à realização deste trabalho. São também expostos os objetivos definidos e um resumo de cada capítulo da tese com intuito de facultar informação sobre a estrutura da dissertação.

No segundo capítulo, denominado Contextualização Teórica, é realizada uma abordagem a todas as temáticas presentes neste trabalho. A pesquisa bibliográfica efetuada na área do Controlo Estatístico do Processo auxilia a compreensão do conceito de Qualidade e sua evolução histórica, onde de seguida são introduzidos fundamentos base do *SPC* tradicional univariado, no qual é apresentado a importância do *ARL*, as condições necessárias a ser verificadas e ainda é explorado o estudo da capacidade do processo univariado. Posteriormente são referidas metodologias na área do Controlo Estatístico de Pequenas Produções no estudo univariado e multivariado, sendo que neste último se atribui especial atenção às cartas onde o número de dados é insuficiente. Para finalizar, aborda-se o tema da Capacidade do Processo no Estudo Multivariado, mais uma vez com maior incidência nas situações com dados insuficientes, com a proposta de um novo método de estudo.

O terceiro capítulo, sobre a Caracterização da Empresa, contempla a apresentação da empresa onde a presente dissertação se desenvolveu. Contém informações sobre dados gerais da empresa, a estrutura organizacional, prémios e distinções pelo seu bom funcionamento, produtos fabricados e comercializados e uma resumida descrição referente ao processo produtivo.

No quarto capítulo, designado Estudo de Caso, é descrito todo o processo desenvolvido em torno do estudo de caso, iniciando na metodologia estabelecida, mencionando quais as ferramentas do *SPC* utilizadas e respetiva análise e discussão de resultados obtidos na implementação destas técnicas.

No quinto capítulo, denominado Conclusões e Sugestões, são apresentadas as considerações finais relativas à investigação realizada bem como oportunidades de melhoria e sugestões de desenvolvimento de trabalhos futuros.

2. Contextualização Teórica

2.1. Introdução

O presente capítulo serve de sustentação às técnicas e ferramentas implementadas no estudo de caso na área do Controlo Estatístico do Processo. Inicia-se com uma pequena abordagem ao conceito e evolução da Qualidade e respetiva importância no mundo moderno industrial.

Após breve excerto no âmbito do Conceito de Qualidade, seguem-se alguns métodos estatísticos relevantes como as Cartas de Controlo Tradicionais (habitualmente também designadas por cartas de controlo de Shewhart), que representam a base do *SPC* tradicional tal como se conhece, e respetivas condições de aplicação. Outros métodos exibidos nesta fase são relativos à capacidade do processo, que auxiliam no cumprimento das especificações técnicas.

Adicionalmente, é realizada a abordagem ao conceito de *SPC* para “pequenas produções” onde se identificam os pressupostos para a sua aplicação e métodos existentes. O Controlo Estatístico Multivariado promove a minimização de erros devido à possibilidade de estudar diferentes características da qualidade em simultâneo no mesmo gráfico e por isso está também presente neste capítulo informação relativa a esta área.

Por fim, é abordado um conceito novo de estudo de capacidade multivariada para processos cujos parâmetros não sejam possíveis de estimar devido ao número insuficiente de dados. Este método é desenvolvido e aplicado pela primeira vez em contexto industrial.

2.2. Desenvolvimento do Conceito de Qualidade

A Qualidade está presente em todos os produtos e serviços desde as civilizações primitivas, daí ser uma área que suscitou interesse a diversos autores ao longo da história e assim conduzir a uma evolução do seu conceito e forma de aplicação.

Desde que existem registos históricos, é evidente os cuidados que o Homem tinha em realizar bem o seu trabalho, nomeadamente ao escolher os materiais apropriados de modo a construir determinadas ferramentas e adequar as suas dimensões consoante o tipo de trabalho a desenvolver com esses utensílios. Do aspeto comercial, numa relação entre produtor e cliente a figura do “artesão” assume um papel importante no acompanhamento da produção, desde as necessidades do interessado, conceção do produto e respetiva execução, inspeção e assistência pós-venda (Pereira e Requeijo, 2012).

As unidades artesanais rapidamente perdem o seu valor com a Revolução Industrial, iniciada em Inglaterra no século XVIII, pois nesta altura a sociedade progride substancialmente em termos de produção massificada. Com a mecanização, vários produtos são colocados nos mercados a preços mais baixos e surge a oportunidade de alargar a negociação com regiões mais distantes. Nas últimas décadas do século XIX, verifica-se a comunicação com países como a Alemanha ou Estados Unidos e nesta fase os produtos demonstram uma complexidade considerável, sendo relevante num produto que as peças cumpram as especificações evitando assim o encaixe por sucessivos ajustes (Mast, 2008).

Sendo a produção em massa uma realidade e consequentemente os preços baixarem, várias classes sociais têm acessibilidade aos produtos, assim surge a necessidade de responder ao aumento da procura e neste âmbito Frederick Taylor (1856-1915) publica em 1911 a sua obra *The Principles of Scientific Management*, apesar dos conceitos expostos serem aplicados antes do final do século XIX (Pereira e Requeijo, 2012). Taylor expõe os seus ideais no sentido de aumentar a produtividade, que se baseiam na observação da execução de cada tarefa e reflexão sobre formas de a otimizar. Uma outra inovação que marcou a revolução na produção em massa surge em 1913 por Henry Ford com a implementação da primeira linha de montagem, suprimindo as limitações de produção em escala e baixa produtividade (Mast, 2008).

Simultaneamente ao desenvolvimento da massificação da produção, emerge o interesse pela Qualidade e Estatística Industrial na forma de disciplinas. Em 1908 William Gosset, frequentemente considerado o primeiro estatístico industrial, publica o artigo científico *The Probable Error of the Mean* onde elabora os princípios base do *t*-teste. Este artigo serve de inspiração para autores como Sir Ronald Fisher, Egon Pearson e Jerzy Neyman desenvolverem métodos experimentais de comparação tais como testes de hipóteses, análise de variância e de regressões (Mast, 2008).

Durante a 1ª Guerra Mundial (1914 - 1918) começam a identificar-se lacunas na produção em massa inerentes à falta de cumprimento das especificações técnicas nos equipamentos militares, conduzindo assim a função de inspetor a um patamar de elevada importância pois tinha de garantir que o material utilizado em serviço não apresentava defeitos, embora negligenciando a importância da investigação de causas e respetivas ações corretivas (Pires, 2016). Devido à inspeção a 100% apresentar custos elevados, tempo consumido em demasia e por vezes apenas existir a possibilidade de realizar testes de carácter destrutivo, a inspeção por amostragem tornou-se cada vez mais uma necessidade. Em 1930, Harold Dodge desenvolve tabelas relacionando a dimensão da amostra com os riscos do produtor e do consumidor (Mast, 2008).

No período entre as Grandes Guerras verificou-se uma evolução nos métodos estatísticos que permitiam não só avaliar processos de produção como também controlar a Qualidade durante a produção. Com

este ascendente estatístico surge uma das ferramentas que se irá estabelecer como base fundamental da evolução do *SPC*, as cartas de controlo. Walter A. Shewhart (1891-1967), colaborador na Bell Telephone, desenvolveu o seu trabalho a partir de 1924 na investigação desta matéria, culminando em 1931 com a publicação da sua obra *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, onde diferencia pela primeira vez causas comuns e causas especiais de variação. No entanto, os seus contributos não desencadearam qualquer impacto no mundo empresarial americano até aos anos 80, excetuando a organização onde Shewhart desenvolveu o seu trabalho (Pereira e Requeijo, 2012).

No decorrer da 2ª Guerra Mundial (1939 – 1945) as fábricas que produziam equipamentos militares apostam mais na inspeção dos produtos devido aos escassos prazos de entrega impostos pela conjuntura na época, apesar de algumas começarem a utilizar mais frequentemente princípios do controlo estatístico aconselhados por W. Edwards Deming. Ao findar a Guerra a necessidade de corresponder à procura elevada obriga as empresas a focarem-se na produção em larga escala, passando assim a Qualidade para segundo plano (Gomes, 2004).

A grave crise instalada no Japão como consequência da Guerra serve de motivo para as empresas procurarem novas estratégias que provoquem estímulo necessário para progredir no desenvolvimento, o que levou Deming e Juran a partilhar os princípios de controlo estatístico da qualidade não só com os engenheiros e chefes de produção, mas também com a gestão de topo contribuindo assim para levantar a indústria japonesa (Pereira e Requeijo, 2012). Segundo Deming (1986), para a implementação das técnicas da qualidade ser bem sucedida numa organização é necessário o envolvimento tanto dos trabalhadores bem como da gestão de topo e com essa filosofia, Deming identifica 14 princípios direcionados especificamente à liderança da organização. Também Deming (1986) proporciona a propagação do conceito de PDCA (*plan-do-check-act*), metodologia que tem como objetivo a constante melhoria contínua.

Aproveitando o estímulo que Deming e Juran provocaram nas empresas Japonesas, as mesmas começaram a investir na formação dos seus trabalhadores nesta área. Kaoru Ishikawa desenvolve sete novas ferramentas de Qualidade das quais se destacam o diagrama de causa-e-efeito e o diagrama de Pareto (Mitra, 2008).

Ainda no final da década de 1950, o conceito de Qualidade Total é introduzido por Armand Feigenbaum, compreendido como um sistema que requiere o apoio de todos os departamentos da organização ao contrário do que sucedia na época, onde apenas o departamento de controlo ou produção se mantinha alerta nesta matéria. Com este conceito surge a filosofia de fazer bem à primeira para a qual Feigenbaum assinala como aspetos importantes, no entanto as suas ideias apenas evidenciam efeitos mais tarde (Pereira e Requeijo, 2012).

Outra referência que se destaca é Philip Crosby que em 1979 publica o livro *Quality is Free* onde aborda aspetos relativos ao cumprimento das especificações técnicas, a zero defeitos, apela à prevenção ao invés da deteção e refere que a “Qualidade não custa nada” desde que se garanta que o processo vai produzir bem à primeira (*right first time*). Outros autores, como Feigenbaum (1983) introduzem o conceito do custo da má Qualidade (Mast, 2008).

Cada vez mais se começou a dar importância às necessidades do consumidor final e a produção acaba por se moldar ao cliente pois, antes de se iniciar a produção de um produto é necessário conhecer os requisitos exigidos e o montante que os compradores estão dispostos a gastar. Com este novo *mindset*, o foco de uma empresa altera-se e ao invés de o objetivo ser produzir passa por providenciar valor aos consumidores (Drucker, 1954). Esta preocupação originada na indústria Japonesa, na qual toda a organização deve participar no controlo de qualidade, fica conhecida como Gestão pela Qualidade Total (TQM, *Total Quality Management*) na América do Norte (Mast, 2008).

Taguchi destaca-se na área da Qualidade pela inovação da sua filosofia, pois defendia que qualquer desvio das especificações alvo é visto como perda de qualidade, deste modo a variação retrata um fator crucial na sua metodologia. Segundo Taguchi (1986), a Qualidade representa uma perda económica imposta à sociedade. Com o objetivo de minimizar essa perda, Taguchi considera fundamental definir processos robustos onde, qualquer ruído provocado por fatores não controláveis não tenha influência no desempenho do processo, ou seja, o *design* dos produtos ou processos deve ser insensível às variáveis de ruído. Taguchi adiciona assim uma dimensão de consistência, proveniente da sua definição, ao conceito de Qualidade (Gomes, 2004).

Valorizando a ideologia de Taguchi, na ótica de Montgomery (2009) a Qualidade é inversamente proporcional à variabilidade, afirmando assim que a diminuição da variabilidade do produto ou processo terá como consequência um aumento na qualidade do mesmo.

Ao longo do século XX foram desenvolvidas metodologias de gestão e ferramentas de análise sempre no sentido da melhoria continua onde se incluem: Fluxogramas, Histogramas, Diagramas de Pareto, Diagrama de Causa e Efeito, Gestão pela Qualidade Total, implementação dos Sistemas de Gestão da Qualidade, Desdobramento da Função Qualidade (QFD, *Quality Function Deployment*), *Benchmarking*, Análise dos Modos de Falhas e seus Efeitos (FMEA, *Failure Mode Effects Analysis*), Método de Taguchi e Controlo Estatístico do Processo (Pereira e Requeijo, 2012).

No fim da década de 1980 surge a política Seis Sigma na Motorola, que nos dias correntes tem vindo a ser consideravelmente utilizada fruto dos brilhantes resultados financeiros advindos da sua aplicação. Semelhante às definições descritas anteriormente, o objetivo do método Seis Sigma é o de reduzir constantemente a variação, assim o desempenho desta metodologia é medido em termos de Sigma

(desvio padrão) (Pereira e Requeijo, 2012). Os produtos com muitos componentes têm intrínseco um processo complexo ou extenso, deste modo aumenta-se a oportunidade de falhas ou defeitos ocorrerem, o Programa Seis Sigma desenvolvido pela Motorola pretende reduzir a variabilidade das características da qualidade do produto ao ponto onde a ocorrência de uma falha ou defeito seja altamente improvável. Esta abordagem estende-se a outras indústrias devido aos impressionantes ganhos económicos no final da década de 1990 (Montgomery, 2009).

Ainda na última década do século XX e continuando no início deste novo século, o mundo atravessou uma evolução nas tecnologias de informação que é tida como a maior revolução desde a Revolução Industrial no século XVIII. Esta transformação permitiu às organizações realizar o tratamento de um grande volume de informação relativo a especificações e necessidades de clientes num curto espaço de tempo, sem erros e comunicando através de tecnologia *wireless*. Com a oportunidade de monitorizar o processo e exibi-lo ao cliente em tempo real, este demonstra ser um indicador de que cada vez mais a tolerância aos erros tenda a ser nula à medida que o crescimento de novos *softwares* e metodologias surgem (Mitra, 2008).

Diversos autores deram o seu contributo para o desenvolvimento da Qualidade em empresas ou serviços, devido à necessidade que o Humano possui em alcançar sempre mais e melhor. Esse esforço não vai cessar no século XXI e espera-se um grande desenvolvimento na área com a evolução das tecnologias de informação.

2.3. Controlo Estatístico do Processo Univariado

A temática de Controlo Estatístico do Processo, designada por *SPC* (*Statistical Process Control*), representa uma das ferramentas mais importantes para uma empresa que queira aumentar a sua competência na era moderna, sendo que os benefícios que daí advêm proporcionam uma vantagem preciosa sobre a concorrência.

Walter Shewhart (1931) publica os princípios base do *SPC* que ainda hoje são respeitados. Esta temática desperta o interesse de diversos autores como Wheeler (1995), Quesenberry (1997), Juran (1998), Oakland (2003) Mitra (2008), Montgomery (2009), Pereira e Requeijo (2012), entre muitos outros.

Não é prático inspecionar ou testar a qualidade de um produto, ou seja, é necessário fazer bem à primeira. Isso implica que o processo possua estabilidade e que todos os intervenientes procurem constantemente melhorar o processo e reduzir a variabilidade nos parâmetros chave e assim o *SPC* apresenta-se como uma das principais ferramentas para atingir esse objetivo. Esta metodologia permite monitorizar o

processo ao longo do tempo, reduzir a sua variabilidade e estimar os parâmetros do processo de forma a verificar se o mesmo tem capacidade de cumprir as especificações técnicas (Montgomery, 2009).

A variabilidade de um processo tem diversas possíveis origens, das quais se destacam principalmente, os equipamentos, as matérias-primas, a mão-de-obra, o meio ambiente, os métodos e as medições. Estas fontes resultam em causas comuns, que produzem uma variação controlada, e em causas especiais de variação, que provocam um padrão de variações imprevisível (Wheeler, 1995).

As ferramentas de gestão da qualidade têm finalidades distintas, podendo ser empregues em diferentes fases do processo, auxiliam a identificar causas de ocorrências ou oportunidades de melhoria, eliminar atividades sem valor acrescentado e a reduzir a variabilidade de produtos e processos (Pereira e Requeijo, 2012). As ferramentas fundamentais são: Histogramas, Folhas de Registo e Verificação, Fluxogramas, Diagramas de Pareto, Diagramas de Causa e Efeito (Diagrama de Ishikawa), Gráficos de Dispersão e Cartas de Controlo. Estas ferramentas encontram-se descritas detalhadamente nas obras de autores como Ishikawa (1976), Juran (1998), Montgomery (2009) e Pereira e Requeijo (2012).

As cartas de Shewhart são indicadas para detetar variações maiores que $2,5\sigma$ no parâmetro em estudo, no entanto quando existem variações menores que esse valor, estas cartas tornam-se ineficientes. Nesse sentido, desenvolvem-se novas abordagens com o intuito de possibilitar a deteção de pequenas variações da característica em estudo (Juran, 1998). Surgem assim as cartas especiais *CUSUM* (Somas Acumulada) e *EWMA* (Média Móvel Exponencialmente Amortecida) e respetivas derivações das mesmas, permitindo o aumento da sensibilidade na deteção de causas especiais. Leitores interessados nestas metodologias devem consultar referências primordiais como Page (1955), Roberts (1959) e Wortham e Ringer (1971) e referências mais recentes como Hunter (1986), Wadsworth *et al.* (1986), Ng e Case (1989), Crowder (1989), Lucas e Saccucci (1990), Albin *et al.* (1997), Quesenberry (1997), Juran (1998), Montgomery (2009) e Pereira e Requeijo (2012).

2.3.1. Princípios das Cartas de Controlo

Uma carta de controlo é a representação de um gráfico que exhibe a evolução da estatística ω , referente a determinada característica da qualidade ao longo do tempo. O eixo das abcissas diz respeito ao número da amostra (ou observação individual) ou a um intervalo de tempo. Observa-se também três linhas distintas no gráfico, onde se designam o limite superior (LSC) e inferior (LIC) de controlo estatístico e a linha central (LC). Se todos os pontos se localizarem dentro do intervalo [LIC, LSC] e não apresentarem nenhuma tendência, significa que o processo está sob controlo estatístico. Apresenta-se na Figura 2.1 uma carta de controlo da estatística ω de um processo sob controlo estatístico.

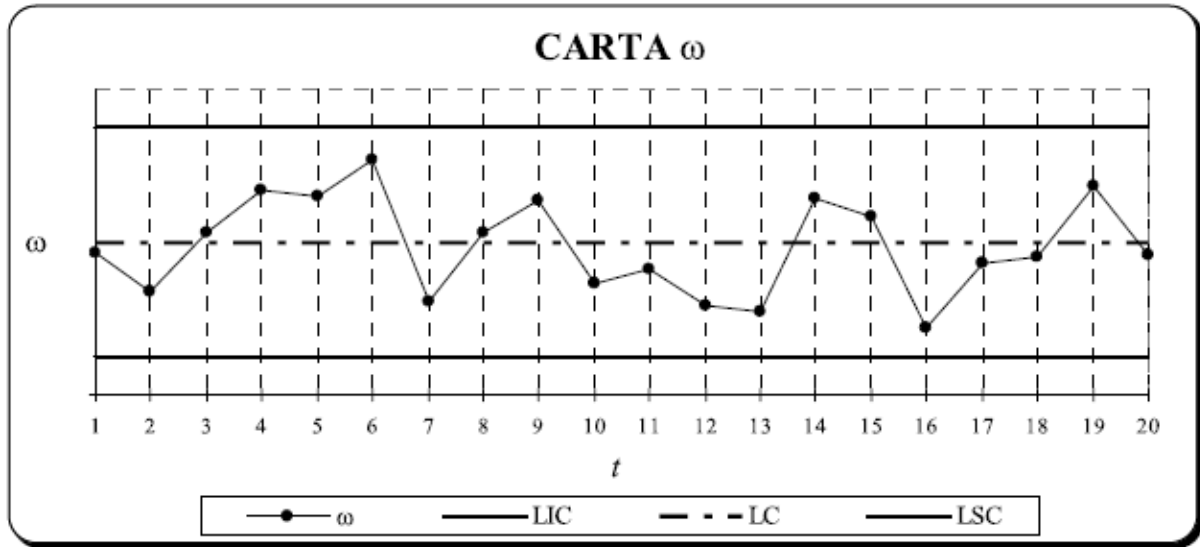


Figura 2.1 - Carta de Controle (Fonte: Pereira e Requeijo, 2012)

Segundo Montgomery e Runger (2013) os limites de ação e linha central de uma carta de controle, assumindo que os valores da estatística ω seguem uma distribuição aproximadamente Normal ($\mu_\omega, \sigma_\omega^2$), são expressos por:

$$\begin{aligned} LSC_\omega &= \mu_\omega + k\sigma_\omega \\ LC_\omega &= \mu_\omega \\ LIC_\omega &= \mu_\omega - k\sigma_\omega \end{aligned} \quad (2.1)$$

Onde k representa a distância dos limites de controle à linha central. Normalmente utiliza-se $k = 3$, sendo que nesse caso a probabilidade de um qualquer ponto se situar dentro dos limites é de 99,73%. Esta ideia foi proposta por Shewhart e por isso cartas de controle deste tipo são designadas por Cartas de Controle de Shewhart.

De acordo com os princípios de Shewhart, sempre que um ponto se situe fora dos limites de controle, assume-se que esse ponto é uma causa especial de variação, ou seja, que não pertence à distribuição da estatística ω . Existe uma probabilidade (α) de 0,27% de considerar que o processo está fora de controle quando não é verdade, este é um risco de tipo I designado também por risco do produtor. Contrastando com este cenário, existe a probabilidade (β) de se considerar que o processo está sob controle estatístico quando na realidade está fora de controle, este é um risco tipo II também denominado de risco do consumidor.

Referências como Montgomery (2009) e Pereira e Requeijo (2012) consideram que o processo de construção da carta de controlo envolve duas fases diferentes, a Fase I e Fase II com objetivos distintos. Na Fase I, dados são recolhidos e analisados de modo a investigar se o processo se encontra sob controlo estatístico e assim estimar os parâmetros do processo. Caso existam pontos fora nesta fase, é necessário eliminá-los e elaborar cartas de controlo revista e recalculando os limites de controlo de forma a não existir causas especiais. Posto isto, se os dados obedecerem às condições de aplicação referidas no ponto 2.3.4 e se o processo apresentar estabilidade e capacidade, reúnem-se os requisitos para se avançar para a fase seguinte. Na Fase II utilizam-se as cartas de controlo para monitorizar o processo e na ocorrência de uma causa especial de variação deve ser identificada a causa e acionadas medidas corretivas.

Embora o conceito das cartas de controlo seja considerada consensual, Woodall (2000) expõe algumas controvérsias existentes, algumas já mencionadas por autores como Hoerl e Palm (1992) e Deming (1986), na relação entre testes de hipóteses e cartas de controlo, a performance das cartas de controlo e até a relevância do próprio *SPC* com o intuito de chegar a um entendimento relativo a algumas das divergências entre a investigação e a aplicação prática na indústria.

Palm (2000) não concorda com a divisão do controlo estatístico em duas fases distintas e propõe a implementação de três estados. O Estado A, que diz respeito à fase inicial do processo, à recolha de dados e elaboração das cartas adequadas devendo recalculando limites se necessário, o Estado B que corresponde à procura de ocorrências nas cartas e identificação da sua causa, eliminando permanentemente essa ocorrência através duma melhoria no processo, sendo que pode conduzir a um novo cálculo dos limites de controlo e este procedimento pode durar anos. No Estado C é efetuado a monitorização do processo. O autor estabelece ainda a comparação entre o Estado A e a Fase I e o Estado C e a Fase II, afirmando que se ignora o estado mais importante do controlo.

Ao longo dos anos, a aplicação das cartas de controlo na indústria aumentou bastante devido a cinco pontos-chave (Montgomery, 2009):

1. As cartas de controlo são um método capaz de alcançar a melhoria na produtividade, quando bem aplicadas. É possível reduzir desperdícios e evitar o “fazer de novo”, conduzindo a uma redução de custos e maior capacidade de produção.
2. As cartas de controlo são eficazes na prevenção de defeitos pois auxiliam a manter o processo sob controlo e assim seguir a filosofia de “fazer bem à primeira”, evitando a produção e custos inerentes de produtos não conformes.
3. As cartas de controlo são a melhor ferramenta a prevenir ajustes desnecessários ao distinguir causas comuns e causas especiais, ao contrário de qualquer outro equipamento ou operador que

não conseguem ser tão eficazes nessa diferenciação. Ajustes inoportunos podem deteriorar a performance do processo.

4. As cartas de controlo fornecem informação valiosa para um operador ou engenheiro experiente conseguirem tomar uma decisão que conduza a um melhoramento da performance do processo.
5. As cartas de controlo geram informação sobre a estabilidade e capacidade do processo em produzir consoante as especificações técnicas.

2.3.2. Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo

O *ARL* (*Average Run Length*) é um conceito que tem sido a medida mais utilizada para avaliar o desempenho de uma carta de controlo e é definido como sendo o número médio de pontos representados numa carta de controlo antes de um ponto indicar uma situação de fora de controlo (Pereira & Requeijo, 2012).

De forma a minimizar o número de falsos alarmes a ambição é que o valor, quando o processo está sob controlo estatístico ($ARL_{Em\ Controlo}$), seja o maior possível e quando se encontra fora de controlo ($ARL_{Fora\ de\ Controlo}$) seja o menor possível, de modo a detetar mais rapidamente uma alteração do parâmetro do processo. O valor de $ARL_{Em\ Controlo}$ e $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ são definidos, respetivamente, pelas equações (2.2) e (2.3) onde α e β correspondem à probabilidade de ocorrer um erro tipo I e tipo II, respetivamente.

$$ARL_{Em\ Controlo} = ARL_{EC} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.2)$$

$$ARL_{Fora\ de\ Controlo} = ARL_{FC} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (2.3)$$

No caso das cartas de Shewhart, como mencionado anteriormente, a probabilidade de ocorrer um erro tipo I é de 0,27%, e assim conclui-se que de 370 em 370 pontos existirá um falso alarme.

Ao longo dos anos foi feito um esforço de modo a reconhecer padrões sistemáticos no processo. A análise de padrões não aleatórios surge com a necessidade de aumentar a sensibilidade das cartas de Shewhart, sendo assim considerado um padrão não aleatório como uma causa especial de variação e permitindo uma melhoria mais eficaz dos processos.

Os primeiros avanços nesta matéria ocorrem no âmbito industrial, onde a Western Electric Company (1956) publica um livro no qual define oito regras que indiciam a presença de causas especiais de variação. No decorrer dos anos estas regras sofrem ligeiras alterações, pelo que a presente dissertação apresenta as regras incluídas na Norma ISO 7870-2:2013. Para a aplicação destas diretrizes, o intervalo compreendido entre os limites de controlo superior ($+3\sigma_w$) e inferior ($-3\sigma_w$) encontra-se dividido em seis

zonas iguais, como se observa na figura 2.2, cada uma com uma largura de $1\sigma_\omega$ e designados por A, B e C.

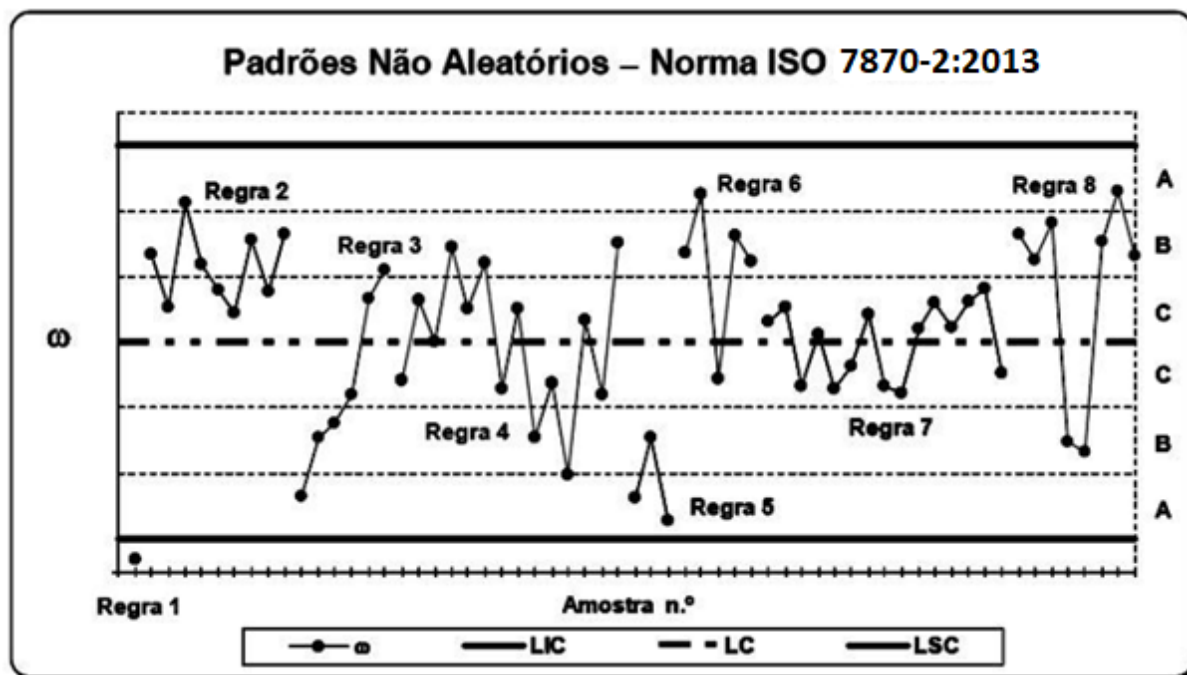


Figura 2.2 - Regras para a detecção de causas especiais (Fonte: Pereira e Requeijo, 2012)

De acordo com a numeração da figura 2.2, as regras para a detecção de padrões não aleatórios são:

- Regra 1. Um qualquer ponto fora dos limites de ação
- Regra 2. Nove pontos consecutivos na zona C ou para além da zona C, do mesmo lado da linha central
- Regra 3. Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente
- Regra 4. Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente
- Regra 5. Dois de três pontos consecutivos na zona A, ou além da zona B ou A, ou além destas zonas, do mesmo lado da linha central
- Regra 6. Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, ou além destas zonas, do mesmo lado da linha central
- Regra 7. Quinze pontos consecutivos na zona C acima e abaixo da linha central
- Regra 8. Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C

A implementação destas regras permite a deteção de pequenas alterações mais rapidamente que a verificação usual da transgressão dos limites de controlo, desta forma obtém-se um maior dinamismo e eficiência no processo (Montgomery, 2009).

2.3.3. Recolha de Dados

Uma das primeiras etapas do Controlo Estatístico do Processo passa pela recolha de dados, que demonstra ser importante na implementação do *SPC*, pois caso esta componente não seja realizada convenientemente corre-se o risco de todas as conclusões retiradas das cartas de controlo não corresponderem à realidade. Nesse sentido, deve-se ter atenção na definição da dimensão da amostra (n), no número de amostras (m) e na frequência de amostragem (Pereira e Requeijo, 2012).

As cartas de controlo sustentam-se na recolha de dados de acordo com os subgrupos (amostras) racionais, designação dada por Shewhart. As amostras devem ser selecionadas de modo a maximizar a probabilidade de se detetar variação entre subgrupos e minimizar a probabilidade de se detetar variação dentro dos subgrupos, logo as amostras devem ser homogéneas. Assim as amostras devem ser retiradas a intervalos regulares ao longo do ciclo produtivo e as unidades que constituem a amostra devem ter sido produzidas consecutivamente de forma análoga (Montgomery, 2009).

Existem outros métodos para formar amostras, que dependem da composição do sistema que se está a investigar. Num processo que consiste em várias máquinas que fornecem o mesmo *output*, só se justificará elaborar uma carta de controlo inerente a todos os equipamentos, caso se tenha realizado um estudo prévio, por exemplo através de testes de hipóteses sobre os parâmetros em estudo, que não evidencie diferenças significativas entre máquinas, caso contrário será mais adequado implementar uma carta de controlo por cada máquina. O mesmo conceito aplica-se a diferentes “cabeças” na mesma máquina, a diferentes estações de trabalho, diferentes operadores, entre outros (Montgomery, 2009).

Consoante a indústria em questão, por vezes os subgrupos racionais consistem numa observação individual. Estes casos impossibilitam o controlo da dispersão pelo método habitual, daí se considerar as observações de instantes anteriores e assim constituir cartas de amplitudes móveis em detrimento do desvio padrão.

Na Fase I, na qual se calculam os limites de controlo e estimam os parâmetros do processo com base nos dados recolhidos, habitualmente a regra utilizada é o levantamento de 25 a 30 amostras, perfazendo no mínimo um total de 100 observações, de forma a que as cartas de controlo elaboradas sejam representativas do processo.

No entanto, Quesenberry (1997) afirma que tal critério não é suficientemente seguro para admitir que os estimadores dos limites de controlo adquiridos são próximos dos verdadeiros limites de controlo.

Assim o autor estabelece, na equação (2.4), a relação entre o número de amostras (m) e a dimensão da amostra (n).

$$m \geq \frac{400}{(n - 1)} \quad (2.4)$$

O mesmo autor refere também que no caso de se tratar de observações individuais em vez de amostras, o número mínimo de dados a recolher na Fase I deverá ser de 300 observações.

2.3.4. Condições de Aplicabilidade

Para a correta aplicação das cartas de controlo, os dados em utilização devem cumprir alguns requisitos. De forma a não enviesar as ilações do estudo, os dados relativos à característica da qualidade em estudo devem ser aleatórios, independentes e seguir uma distribuição aproximadamente Normal.

2.3.4.1. Aleatoriedade dos Dados

A aleatoriedade dos dados apresenta a incapacidade de prever o comportamento desses dados. A não aleatoriedade dos dados pode ocorrer devido a diversos fatores, como a mistura de populações, a existência de correlação entre observações consecutivas ou desfasadas do tempo, entre outros. Segundo Pereira e Requeijo (2012), os métodos mais utilizados na verificação da aleatoriedade dos dados são o Teste das Sequências, Teste das Sequências Ascendentes e Descendentes e o Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Sucessivas.

2.3.4.2. Independência dos Dados

A independência dos dados é um pressuposto necessário para a implementação das cartas de controlo. A verificação da existência de auto-correlação nos processos indica que os dados não são independentes, ou seja, o valor observável da característica em estudo num determinado instante, depende em parte, do valor do instante anterior ou dos valores dos instantes anteriores.

Neste aspeto, será importante proceder à aplicação da *Função de Auto-Correlação (FAC)* e da *Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)*. Verificada a existência de uma auto-correlação, devem ser aplicadas cartas de controlo para dados auto-correlacionados. De forma a compreender mais sobre este fenómeno, sugere-se a leitura de autores como Alwan e Roberts (1988), Wardell *et al.* (1992), Alwan (1992), Mastrangelo e Montgomery (1995), Reynolds e Lu (1997), Montgomery (2009), Pereira e Requeijo (2012).

2.3.4.3. Normalidade dos dados

A Normalidade dos dados é o último dos pressupostos a verificar na aplicação do Controlo Estatístico do Processo. Este item requer que os dados recolhidos se caracterizem por uma distribuição Normal, e é possível retirar ilações erradas no caso de uma defeituosa identificação da distribuição. De forma a não se incorrer numa situação que comprometa o trabalho, é indispensável realizar testes que permitam conhecer a Normalidade dos dados. Neste âmbito destacam-se os testes do *Qui-Quadrado* e *Kolmogorov-Smirnov* (*K-S*), que representam os testes mais utilizados (Pereira e Requeijo, 2012).

No presente trabalho apenas foi aplicado o método de *K-S*, pelo que apenas esse se encontra devidamente explicitado. No entanto, sugere-se a leitura da obra de Pearson (1900) que deu origem ao teste do *Qui-Quadrado* e outros autores como Fisher (1922) e Pereira e Requeijo (2012).

2.3.4.3.1. Teste de Kolmogorov-Smirnov

O teste de *Kolmogorov-Smirnov* foi desenvolvido pelos matemáticos Andrey Nikolaevich Kolmogorov e Vladimir Yvanovich Smirnov. Este método utiliza-se na verificação do ajustamento da Função de Distribuição amostral, para uma determinada variável aleatória X . Apenas se mencionará a situação da distribuição da distribuição Normal.

Sendo $S(x)$ a Função de Distribuição amostral e $F_0(x)$ a Função de Distribuição Normal, a metodologia deste teste consiste em especificar a hipótese nula (H_0) e a hipótese alternativa (H_1):

$$\begin{aligned} H_0: F(x) &= F_0(x), \text{ para todos os valores de } X \\ H_1: F(x) &\neq F_0(x), \text{ para algum valor de } X \end{aligned} \quad (2.5)$$

De seguida, deve-se retirar da população uma amostra aleatória constituída por n elementos e ordenar por ordem crescente do seu valor os dados amostrais, designando por $x_{(i)}$ a observação de ordem i , onde $x_{(i+1)} > x_{(i)}$. Determina-se os valores de $S(x)$, $F_0(x)$ e $|S(x) - F_0(x)|$, para $i = 1, 2, \dots, N$ em que $N \leq n$. De forma a facilitar a aplicação do teste de *K-S*, recomenda-se a construção da Tabela 2.1.

Nesta fase define-se a estatística de teste, definida por:

$$D = \sup \text{remo } |S(x) - F_0(x)| \quad (2.6)$$

Após estabelecer o nível de significância (α) determina-se o valor D_{critico} dependendo da situação. Caso os parâmetros da população sejam conhecidos, deve-se recorrer à tabela I.1 do Anexo I, caso os

parâmetros da população sejam estimados a partir dos dados que constituem a amostra, deve-se utilizar a tabela desenvolvida por Lilliefors (1967), presente na tabela I.2 do Anexo I.

Tabela 2.1 - Tabela para aplicação do teste *Kolmogorov-Smirnov*

i	X	$S(x)$	Z	$F_0(x)$	$ S(x) - F_0(x) $
1	$x_{(1)}$	$P(X \leq x_{(1)})$	$z_1 = \frac{x_{(1)} - \mu}{\sigma}$	$P(Z \leq z_1)$	$ 0 - F_0(x_{(1)}) $
					$ S(x_{(1)}) - F_0(x_{(1)}) $
2	$x_{(2)}$	$P(X \leq x_{(2)})$	$z_2 = \frac{x_{(2)} - \mu}{\sigma}$	$P(Z \leq z_2)$	$ S(x_{(1)}) - F_0(x_{(2)}) $
					$ S(x_{(2)}) - F_0(x_{(2)}) $
3	$x_{(3)}$	$P(X \leq x_{(3)})$	$z_3 = \frac{x_{(3)} - \mu}{\sigma}$	$P(Z \leq z_3)$	$ S(x_{(2)}) - F_0(x_{(3)}) $
					$ S(x_{(3)}) - F_0(x_{(3)}) $
.
.
.

Quando $D_{crítico}$ já é conhecido, realiza-se a comparação entre o valor da estatística D e o valor de $D_{crítico}$. O critério de decisão consiste em rejeitar a hipótese nula, para um nível de significância α , se:

$$D > D_{crítico} \quad (2.7)$$

Ao rejeitar H_0 pode-se concluir que a distribuição em estudo não é Normal. Na ocorrência de $D < D_{crítico}$, então não se rejeita H_0 e admite-se que a distribuição é aproximadamente Normal.

2.3.4.3.2. Não Normalidade dos Dados

Após estudos efetuados, Shewhart afirma que, para amostras que tenham dimensão superior ou igual a quatro a distribuição das médias da amostra é aproximadamente Normal. Esta dedução advém do Teorema do Limite Central e quando o mesmo se verifica, Spedding e Rawlings (1994) afirmam que o estudo da Normalidade dos dados não é necessário. Para uma consulta sobre a temática dos efeitos da não Normalidade, sugere-se a leitura de trabalhos de Burr (1967), Schilling e Nelson (1976) e Bai e Choi (1995).

Em cenários da não Normalidade dos dados, é necessário adotar diferentes metodologias como:

- Caracterização da distribuição da característica da qualidade
- Transformação dos dados de forma a obter uma variável Normalmente distribuída (Transformação Box-Cox ou transformação pelo Sistema de Distribuições de Johnson)
- Método da Variância Ponderada

Na presente dissertação não se verifica nenhuma destas abordagens relativas à não Normalidade, devido às características dos processos em estudo. No entanto, recomenda-se a consulta do trabalho de Requeijo (2004).

2.3.5. Tipos de Cartas de Controle

As cartas vulgarmente utilizadas podem ser classificadas em duas categorias distintas, as cartas de controlo de variáveis ou cartas de controlo de atributos.

As cartas de controlo de variáveis englobam todas as características da qualidade que são possíveis de serem expressas numa escala contínua, como por exemplo o peso o comprimento. Neste cenário, devem ser elaboradas duas cartas de controlo, uma para controlar o parâmetro de localização e outra para controlar o parâmetro de dispersão. As cartas de controlo de atributos representam as características que não são suscetíveis de ser expressas numa escala contínua, assumindo apenas valores discretos como por exemplo o número de unidades não conformes ou o número de defeitos numa unidade. No caso das variáveis discretas apenas é construída uma carta de controlo para realizar o controlo dos parâmetros dos processos (Pereira e Requeijo, 2012).

As cartas de controlo de variáveis apresentam mais informação relativamente à performance do produto que as cartas de atributos que apenas indicam a conformidade ou não de uma unidade, ou o número de defeitos numa unidade, não especificando o problema. Apesar de, no controlo de atributos, a recolha de dados ser menos dispendiosa habitualmente é necessário recolher mais informação o que pode conduzir a um custo superior às cartas de variáveis contínuas.

As cartas tradicionais mais utilizadas para o controlo de variáveis e atributos encontram-se na Tabela 2.2. Na presente dissertação apenas serão abordadas as cartas de controlo de variáveis, devido ao estudo de caso apenas necessitar da utilização das mesmas. No entanto, aconselha-se a leitura de obras como as de Montgomery (2009) e de Pereira e Requeijo (2012) para mais informação sobre cartas de controlo de atributos.

Tabela 2.2 - Tipos de cartas de controlo

Cartas de Controlo	
Variáveis	Atributos
Média e Amplitude Carta \bar{X} e Carta R	Proporção de unidade não conformes Carta p
Média e Desvio Padrão Carta \bar{X} e Carta S	Número de unidades não conformes Carta np
Média e Variância Carta \bar{X} e Carta S^2	Número de defeitos Carta c
Observações Individuais e Amplitudes Móveis Carta X e Carta MR	Número de defeitos por unidade Carta u

2.3.5.1. Cartas de Controlo da Média e da Amplitude

2.3.5.1.1. Fase I

Para a construção das cartas da média (\bar{X}) e da amplitude (R) é necessário calcular os valores da média e da amplitude para cada amostra i , através das seguintes equações:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n} \quad (2.8)$$

$$R_i = X_{máx} - X_{min} \quad (2.9)$$

Nesta fase do controlo estatístico os parâmetros do processo não são conhecidos, então torna-se necessário calcular os limites de controlo e linha central da carta da média (\bar{X}) pelas equações:

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (2.10)$$

$$LC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (2.11)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad (2.12)$$

Para a carta da amplitude (R) as expressões a utilizar para calcular os limites de controlo e linha central são:

$$LSC_R = D_4 \bar{R} \quad (2.13)$$

$$LIC_R = \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \quad (2.14)$$

$$LIC_R = D_3 \bar{R} \quad (2.15)$$

Após a verificação da estabilidade do processo, é necessário estimar os parâmetros da média e do desvio padrão. Para esse efeito as expressões utilizadas são, respetivamente:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \quad (2.16)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.17)$$

Os valores A_2 , D_3 , D_4 e d_2 dependem da dimensão da amostra e podem ser consultados na tabela I.3 do Anexo I.

2.3.5.1.2. Fase II

Nesta fase admite-se que o processo se encontra sob controlo estatístico e os seus parâmetros foram devidamente estimados na Fase I. De modo a monitorizar o processo e assegurar a sua estabilidade, são elaboradas novas cartas de controlo com base nos parâmetros previamente estimados na Fase I. Admitindo que a dimensão da amostra se mantém constante, a linha central e os limites de controlo da carta \bar{X} são definidos por:

$$LSC_{\bar{X}} = \mu + A\sigma \quad (2.18)$$

$$LC_{\bar{X}} = \mu \quad (2.19)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \mu - A\sigma \quad (2.20)$$

Os cálculos da linha central e limites de controlo da carta R são dados por:

$$LSC_R = D_2\sigma \quad (2.21)$$

$$LC_R = d_2\sigma \quad (2.22)$$

$$LIC_R = D_1\sigma \quad (2.23)$$

Os valores D_1 , D_2 e d_2 dependem da dimensão da amostra e podem ser consultados na tabela I.3 do Anexo I.

2.3.5.2. Cartas de Controlo da Média e do Desvio Padrão

2.3.5.2.1. Fase I

À medida que a dimensão da amostra aumenta, passa a não ser aconselhável utilizar a amplitude como parâmetro para estimar a dispersão do processo. Nesses casos usam-se as cartas de controlo da média (\bar{X}) e do desvio padrão (S). A partir do cálculo da média de cada amostra recolhida (\bar{X}_i da equação 2.8) determina-se a média global ($\bar{\bar{X}}$) que corresponde à linha central da carta da média ($LC_{\bar{X}}$) e os limites de controlo para completar a elaboração da carta, expressas por:

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{S} \quad (2.24)$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (2.25)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{S} \quad (2.26)$$

O desvio padrão da amostra i (S_i) é calculado por:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1}} \quad (2.27)$$

Com a determinação do desvio padrão de cada amostra, procede-se ao cálculo da linha central e limites de controlo da carta S , dados por:

$$LSC_{\bar{S}} = B_4 \bar{S} \quad (2.28)$$

$$LSC_{\bar{S}} = \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{S}_i}{m} \quad (2.29)$$

$$LIC_{\bar{S}} = B_3 \bar{S} \quad (2.30)$$

Após a verificação da estabilidade do processo, é necessário estimar os parâmetros da média e do desvio padrão. Para esse efeito as expressões utilizadas são, respetivamente:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \quad (2.31)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (2.32)$$

Os valores A_3 , B_3 , B_4 e c_4 dependem da dimensão da amostra e podem ser consultados na tabela I.3 do Anexo I.

2.3.5.2.2. Fase II

Nesta fase admite-se que o processo se encontra sob controlo estatístico e os seus parâmetros devidamente estimados. De modo a monitorizar o processo e assegurar a sua estabilidade, são elaboradas novas cartas de controlo com base nos parâmetros previamente estimados na Fase I. Admitindo que a dimensão da amostra se mantém constante, a linha central e os limites de controlo da carta \bar{X} são expressos por:

$$LSC_{\bar{X}} = \mu + A\sigma \quad (2.18)$$

$$LC_{\bar{X}} = \mu \quad (2.19)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \mu - A\sigma \quad (2.20)$$

Os cálculos da linha central e limites de controlo da carta S são dados por:

$$LSC_S = B_6\sigma \quad (2.33)$$

$$LC_S = c_4\sigma \quad (2.34)$$

$$LIC_S = B_5\sigma \quad (2.35)$$

Os valores B_5 , B_6 e c_4 dependem da dimensão da amostra e podem ser consultados na tabela I.3 do Anexo I.

2.3.5.3. Cartas de Controlo da Média e da Variância

2.3.5.3.1. Fase I

Em alternativa à carta S , pode-se definir uma carta que controla a variância amostral S^2 . A partir do cálculo da média de cada amostra recolhida (\bar{X}_i da equação 2.8) determina-se a média global ($\bar{\bar{X}}$) que corresponde à linha central da carta da média ($LC_{\bar{X}}$). Admitindo que a dimensão da amostra é constante, os limites de controlo e linha central para a elaboração da carta da média são definidos por:

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} + 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \quad (2.36)$$

$$LSC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (2.37)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}} - 3 \sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \quad (2.38)$$

Na carta da variância são representadas as variâncias de cada amostra, S_i^2 , calculadas pela equação:

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1} \quad (2.39)$$

A linha central e limites de controlo da carta da variância são dados pelas equações (2.40), (2.41) e (2.42). Os valores de $\chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2$ e $\chi_{(1-\frac{\alpha}{2}); n-1}^2$ representam os valores críticos superior e inferior da distribuição χ^2 , com (n - 1) graus de liberdade para um nível de significância α .

$$LSC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n - 1} \chi_{(1-\frac{\alpha}{2}); n-1}^2 \quad (2.40)$$

$$LC_{S^2} = \bar{S}^2 \quad (2.41)$$

$$LIC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n - 1} \chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \quad (2.42)$$

Após a verificação da estabilidade do processo, é necessário estimar os parâmetros da média e do desvio padrão. Para esse efeito as expressões utilizadas são, respetivamente:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} \quad (2.43)$$

$$\hat{\sigma} = \bar{S} \quad (2.44)$$

2.3.5.3.2. Fase II

Nesta fase admite-se que o processo se encontra sob controlo estatístico e os seus parâmetros devidamente estimados. De modo a monitorizar o processo e assegurar a sua estabilidade, são elaboradas novas cartas de controlo com base nos parâmetros previamente estimados na Fase I. Admitindo que a dimensão da amostra se mantém constante, a linha central e os limites de controlo da carta \bar{X} são expressos por:

$$LSC_{\bar{X}} = \mu + A\sigma \quad (2.18)$$

$$LC_{\bar{X}} = \mu \quad (2.19)$$

$$LIC_{\bar{X}} = \mu - A\sigma \quad (2.20)$$

Os cálculos da carta da variância (S^2) relativos à linha central e limites de controlos são definidos por:

$$LSC_{S^2} = \frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2 \quad (2.45)$$

$$LC_{S^2} = \sigma^2 \quad (2.46)$$

$$LIC_{S^2} = \frac{\sigma^2}{n-1} \chi_{(1-\frac{\alpha}{2}); n-1}^2 \quad (2.47)$$

2.3.5.4. Cartas de Controlo de Observações Individuais e Amplitudes Móveis

2.3.5.4.1. Fase I

Dependendo da indústria onde se pretende implementar as metodologias do *SPC*, poderá existir situações em que a amostra é formada por uma única observação, ou seja, a dimensão da amostra é de uma unidade ($n = 1$). Esta particularidade revela-se útil em diversas situações, por exemplo quando as medições têm associado um custo elevado, quando os testes são de carácter destrutivo, quando simplesmente não é exequível a recolha de amostras com mais de uma observação (processos na indústria química) ou na presença de sistemas informatizados que realizam medições a todas as unidades (Pereira e Requeijo, 2012).

Com observações individuais torna-se inviável o cálculo de uma estatística relativa à dispersão do processo. Assim, recorre-se ao cálculo das amplitudes móveis (*MR*, *Moving Range*) de cada amostra i que se baseia na determinação de amplitudes móveis entre dois valores consecutivos, definidos pela equação:

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \quad (2.48)$$

O valor da linha central e dos limites de controlo para a carta de observações individuais (X) é alcançado pela resolução das seguintes equações:

$$LSC_X = \bar{X} + \frac{3\overline{MR}}{d_2} \quad (2.49)$$

$$LSC_X = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \quad (2.50)$$

$$LSC_X = \bar{X} + \frac{3\overline{MR}}{d_2} \quad (2.51)$$

Relativamente à carta de amplitudes móveis (MR), encontram-se nas expressões abaixo o cálculo para a linha central e respetivos limites de controlo.

$$LSC_{MR} = D_4 \overline{MR} \quad (2.52)$$

$$LC_{MR} = \overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^{m-1} MR_j}{m-1} \quad (2.53)$$

$$LIC_{MR} = D_3 \overline{MR} \quad (2.54)$$

Após a verificação da estabilidade do processo, é necessário estimar os parâmetros da média e do desvio padrão. Para esse efeito as expressões utilizadas são, respetivamente:

$$\hat{\mu} = \bar{X} \quad (2.55)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.56)$$

Os valores D_3 , D_4 e d_2 dependem do número de observações consideradas para o cálculo da amplitude móvel. Na presente dissertação assumiu-se duas observações para o efeito, logo é possível consultar as variáveis D_3 , D_4 e d_2 para $n = 2$, na tabela I.3 do Anexo I.

2.3.5.4.2. Fase II

Nesta fase admite-se que o processo se encontra sob controlo estatístico e os seus parâmetros devidamente estimados. De modo a monitorizar o processo e assegurar a sua estabilidade, são elaboradas novas cartas de controlo com base nos parâmetros previamente estimados na Fase I. Admitindo que a amplitude móvel considerada para os cálculos se mantém constante, a linha central e os limites de controlo da carta X são definidos por:

$$LSC_X = \mu + 3\sigma \quad (2.57)$$

$$LC_X = \mu \quad (2.58)$$

$$LIC_X = \mu - 3\sigma \quad (2.59)$$

A determinação da linha central e dos limites de controlo da carta *MR* definem-se pelas equações:

$$LSC_{MR} = D_2\sigma \quad (2.60)$$

$$LC_{MR} = d_2\sigma \quad (2.61)$$

$$LIC_{MR} = D_1\sigma \quad (2.62)$$

Os valores D_1 , D_2 e d_2 dependem do número de observações consideradas para o cálculo da amplitude móvel. Na presente dissertação assumiu-se duas observações para o efeito, logo é possível consultar as variáveis D_1 , D_2 e d_2 para $n = 2$, na tabela I.3 do Anexo I.

2.4. Capacidade Univariada do Processo

As cartas de controlo são uma ferramenta que nos indica se o processo está sob controlo estatístico. No entanto, as mesmas demonstram ser ineficazes na tradução de informação relativa à capacidade que o processo tem em produzir consistentemente de acordo com as especificações técnicas definidas para o produto.

Apesar de se poder afirmar que um processo está sob controlo estatístico, a distribuição que caracteriza esse processo pode possuir um fator de variabilidade elevado relativo às especificações estabelecidas para o produto, como ilustrado na parte de cima da Figura 2.3, conduzindo a que um processo controlado estatisticamente produza fora dos limites de especificação, ou seja, uma carta de controlo que pode apenas conter causas comuns de variação e no entanto, não cumprir com os requisitos especificados. A Figura 2.3 demonstra a influência que a variabilidade tem na capacidade do processo.

Segundo Montgomery (2009), a análise de capacidade pode ser estudada através de histogramas ou gráficos de probabilidade, cartas de controlo e desenho de experiências. No trabalho desenvolvido apenas serão utilizadas cartas de controlo para o efeito.

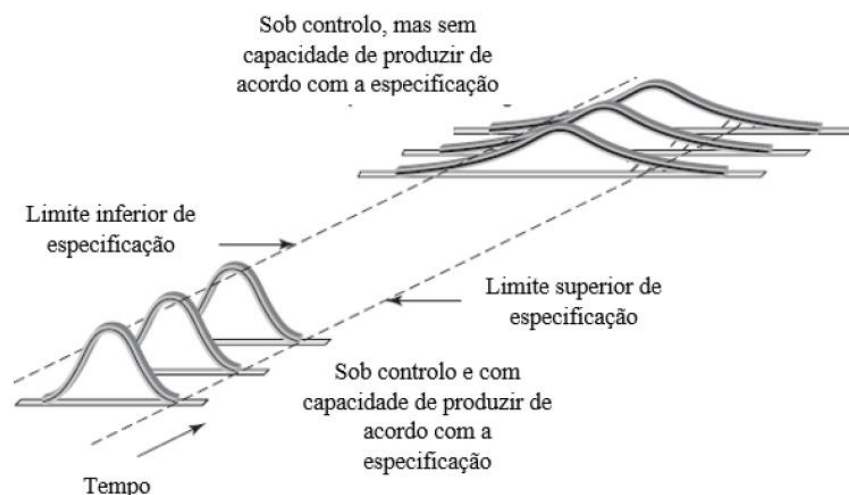


Figura 2.3 - Capacidade do Processo (Adaptado de: Oakland (2003))

Fatores como a independência dos dados e a Normalidade podem pôr em causa a correta análise da capacidade do processo, dessa forma torna-se imperativo distinguir duas metodologias. Uma delas que se baseia em índices desenvolvidos para avaliar a capacidade de processos com distribuições Normais, e outra para distribuições não Normais.

2.4.1. Índices de Capacidade do Processo para Dados Normais

A análise da capacidade do processo tradicional tem como referência uma variação aceitável, para uma qualquer característica em estudo, de 6σ assumindo que os dados seguem uma distribuição Normal com média μ e desvio padrão σ , considerando que 99,73% dos dados se encontram no intervalo $\mu \pm 3\sigma$ (Montgomery, 2009).

O conceito básico de índices de capacidade surge em 1974 desenvolvido por Juran (1998) ao introduzir o índice C_p , designado por índice de capacidade potencial. Esta definição conquistou uma grande relevância na indústria visto que contém informação bastante útil acerca do processo. O índice C_p apenas compara o intervalo de especificação com o intervalo natural do processo. Assim, este índice é definido para casos em que a especificação é bilateral, por:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.62)$$

Onde LIE representa o limite inferior de especificação e LSE o limite superior de especificação. No entanto, a Figura 2.4 ilustra exemplos de casos onde o processo tem capacidade potencial, mas possui sérios riscos de produzir fora dos limites de especificação, esta ocorrência deve-se ao facto do processo não estar centrado relativamente às especificações técnicas.

No seguimento desse constrangimento, Kane (1986) dá o seu contributo na temática da análise da capacidade do processo sugerindo o índice C_{pk} , que se fragmenta em dois. Assim, o autor sugere que se analise as duas metades do processo em separado, comparando o intervalo compreendido entre o limite de especificação (superior ou inferior) e a localização do processo com a metade do intervalo natural do processo. Deste modo é possível localizar o processo relativamente aos limites de especificação. O valor do índice C_{pk} é determinado pela equação:

$$C_{pk} = \min \left((C_{pk})_S, (C_{pk})_I \right) \quad (2.63)$$

Em que,

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (2.64)$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (2.65)$$

Na Figura 2.4 estão presentes vários exemplos da relação entre a capacidade potencial e a sua localização relativa aos limites de especificação, demonstrando que apesar do processo ter capacidade para produzir consoante as especificações, isso não é condição suficiente para se admitir que o processo está a produzir conforme as exigências definidas.

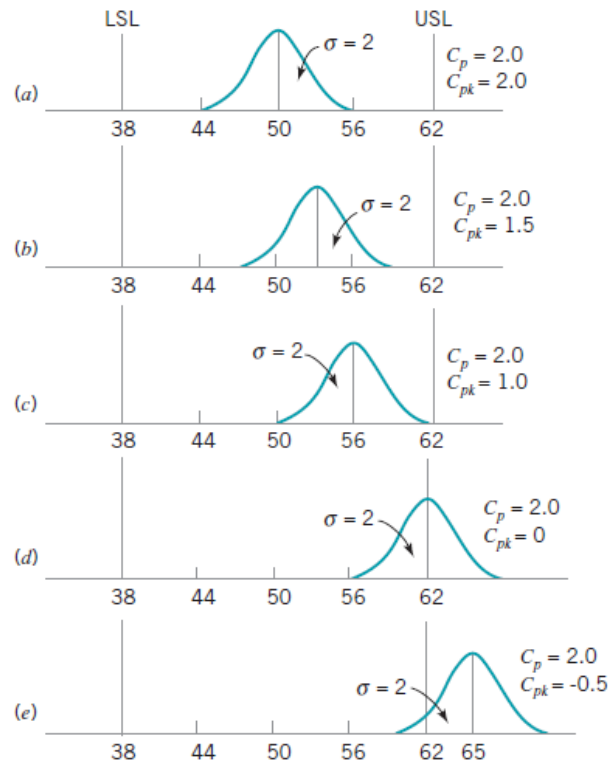


Figura 2.4 - Relação entre índices C_p e C_{pk} (Fonte: Montgomery (2009))

Quando $(C_{pk})_S = (C_{pk})_I$ então pode-se afirmar que o processo se encontra centrado pois a média do processo é coincidente com o valor nominal da especificação, caso a condição anteriormente referida não se verifique, então o processo não se encontra centrado.

Caso a especificação técnica seja unilateral, o índice C_{pk} é calculado pela expressão (2.64) quando a característica em estudo seja do tipo quanto-menor-melhor ou pela equação (2.65) quando se está na presença de uma característica do tipo quanto-maior-melhor.

O índice C_{pm} desenvolvido por Hsiang e Taguchi (1985) afasta-se da definição tradicional pela introdução do desvio da média do processo em relação ao valor nominal (T) no intervalo natural do processo. O índice C_{pm} é definido por:

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.66)$$

O contributo de Pearn *et al.* (1992) apresenta o índice C_{pmk} determinado pela equação:

$$C_{pmk} = \min\left((C_{pmk})_S, (C_{pmk})_I\right) \quad (2.67)$$

Onde,

$$(C_{pmk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.68)$$

$$(C_{pmk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.69)$$

Após identificação dos vários índices, torna-se imperativo definir critérios de forma a estabelecer quando um processo apresenta ou não capacidade, apesar do objetivo passar por alcançar uma capacidade do processo o mais elevada possível. Autores como Kotz e Johnson (1993) recomendam a aplicação de um valor mínimo de $C_p = 1,50$ para processos existentes e de $C_p = 1,67$ para novos processos. A metodologia 6-Sigma exige uma capacidade superior ou igual a 2 no início do estudo (curto prazo) (Pereira e Requeijo, 2012).

Montgomery (2009) sugere os valores mínimos dos índices de capacidade, explícitos na Tabela 2.3, dependendo do tipo de processos e características em estudo, com especificações unilaterais ou bilaterais.

Tabela 2.3 - Valores mínimos recomendados para índices de capacidade (Adaptado: Montgomery (2009))

	Especificação Bilateral	Especificação Unilateral
Processos Existentes	1,33	1,25
Novos Processos	1,50	1,45
Características de Segurança, Resistência ou Críticas em Processos Existentes	1,50	1,45
Características de Segurança, Resistência ou Críticas em Processos Novos	1,67	1,60

Na presente dissertação utilizou-se os valores mínimos aceitáveis de C_p e C_{pk} recomendados por Montgomery (2009), para processos já existentes com especificações bilaterais. Para uma leitura mais exaustiva acerca desta matéria aconselha-se a leitura de trabalhos de Kotz e Lovelace (1998), Kotz e Johnson (2002) e a bibliografia de Spiring *et al.* (2003).

2.4.2. Índices de Capacidade do Processo para Dados não Normais

Na presença de dados não Normalmente distribuídos, os índices de capacidade previamente referidos não são aplicáveis pois os pressupostos em que se baseiam diferem. Assim, serão utilizadas metodologias que se adaptam à distribuição dos dados em questão ou que transformem os dados de forma a não se tratar de dados não Normais. Vários autores têm realizado publicações neste âmbito destacando-se os trabalhos de Chan *et al.* (1988), Clements (1989), English e Taylor (1993), Pearn e Kotz (1994) Schneider *et al.* (1995), Chen e Pearn (1997), Pearn *et al.* (1999), McCormack *et al.* (2000) e Chen e Ding (2001).

2.4.2.1. Método de Clements

Também conhecido como Método dos Percentis, esta metodologia foi pioneira na área do cálculo de capacidades de processo para dados não Normais, onde Clements (1989) define os índices de capacidade por:

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{P_{99,865\%} - P_{0,135\%}} \quad (2.70)$$

$$C_{pk} = \min \left((C_{pk})_I, (C_{pk})_S \right) \quad (2.71)$$

Onde,

$$(C_{pk})_I = \frac{LSE - P_{50\%}}{P_{99,865\%} - P_{50\%}} \quad (2.72)$$

$$(C_{pk})_S = \frac{P_{50\%} - LIE}{P_{50\%} - P_{0,135\%}} \quad (2.73)$$

Nestas equações, $P_{99,865\%}$ e $P_{0,135\%}$ representam, respetivamente, os percentis 99,865% e 0,135% estimados da distribuição da variável em estudo e $P_{50\%}$ corresponde à mediana da distribuição.

2.4.2.2. Transformação Box-Cox

Outra opção passa por transformar os dados, assente na metodologia desenvolvida por Box e Cox (1964), de forma a que a variável transformada Z seja Normalmente distribuída com média μ_Z e desvio padrão σ_Z . Para proceder ao uso deste método, considerando uma variável X não Normal, a transformação de Box-Cox é definida por:

$$Z_i = \begin{cases} \frac{X_i^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{se } \lambda \neq 0 \\ \ln(X_i), & \text{se } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.74)$$

O valor de λ desse ser escolhido de forma arbitrária, e em seguida para cada valor de λ calcula-se $S(\lambda)$ através da equação:

$$S(\lambda) = -\frac{N}{2} \ln \left(\sum_{i=1}^N \frac{(Z_i - \bar{Z})^2}{N} \right) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^N \ln X_i \quad (2.75)$$

Através da equação (2.74) transformam-se os dados numa variável $Z \sim N(\mu_Z, \sigma_Z^2)$, considerando λ aquele que maximiza $S(\lambda)$.

Depois de analisar estatisticamente a variável transformada Z através da carta de controlo mais adequada, verifica-se se o processo se encontra sob controlo estatístico e após essa confirmação pode-se recorrer aos índices de capacidade do processo para dados Normais para a análise de capacidade do processo. Importante referir que é necessário transformar também os limites de especificação e o valor nominal utilizando a mesma transformação empregue para os dados.

2.5. Controlo Estatístico de Pequenas Produções

Atualmente, as organizações procuram desenvolver ações que promovam a eficiência, em todos os aspetos relativos à sua indústria. Desta forma, minimizam os custos e consequentemente aumentam a competitividade dos seus produtos. A estratégia das empresas passa por reduzir o armazenamento de matérias prima, produtos em via de fabrico e produtos finais, ou seja, procurar alcançar o conceito expresso na filosofia *Just in Time (JIT)*. Cada vez mais as organizações adequam a produção à necessidade dos clientes, de modo a eliminar a existência de *stocks* e assim reduzir um desperdício que tem associado um encargo financeiro. Com esta exigência, os planeamentos de produção alteram-se e o número de unidades a produzir torna-se menor, pelo que o Controlo de Qualidade necessita de se adaptar com novas metodologias de forma a desempenhar um controlo primoroso (Pereira e Requeijo, 2012). Neste contexto, Pereira e Requeijo (2012) refere que pequena produção (*short run*) engloba-se em três situações distintas:

- O número de unidades produzidas consecutivas é reduzido (menos de vinte) e o tempo entre produções é considerado distante.
- O número de unidades produzidas é considerado elevado (mais de cem), no entanto a sua produção é realizada num curto espaço de tempo.
- A produção realiza-se por um número limitado de lotes específicos, ao longo do tempo.

Castillo *et al.* (1996) define que o termo *short run* denota uma situação em que a produção ocorre em pequenas quantidades, destacando dois casos distintos. Na Produção Não Repetitiva (*non-repetitive manufacturing*) onde a fabricação é personalizada e requer uma preparação (*setup*) diferente nos equipamentos, sendo importante o controlo no início e a Produção Repetitiva (*repetitive manufacturing*) onde lotes de pequena dimensão são produzidos na mesma máquina ou linha sem necessidade de preparações (*setups*) extraordinárias, sendo que este caso normalmente encontra-se em organizações que adotem a filosofia *JIT*.

Analogamente às cartas de controlo tradicionais, as cartas de controlo para pequenas produções também possuem controlo de variáveis contínuas e discretas (atributos), sendo possível conhecer mais pormenorizadamente esta temática nas obras de Quesenberry (1997), Wise e Fair (1998) Montgomery (2009) e Pereira e Requeijo (2012).

Distingue-se dois cenários na abordagem às pequenas produções onde o foco roda em torno da quantidade de dados disponíveis para iniciar o controlo estatístico. Assim, em situações que existem dados suficientes para estimar devidamente os parâmetros do processo, é recomendado utilizar as cartas de controlo de Diferenças (Cartas *D*) ou as cartas de controlo *Z* e *W*, sendo que estas últimas verificam

uma maior aplicação. Outro caso é quando o sistema de produção não permite a obtenção de dados suficientes para se realizar a estimação dos processos e nesta situação as Cartas de controlo Q são empregues.

À semelhança das cartas de controlo tradicionais, os dados recolhidos devem ser independentes e Normalmente distribuídos.

2.5.1. Cartas de Controlo Z e W

As cartas de controlo Z e W permitem controlar estatisticamente diferentes características da qualidade numa única carta devido à transformação adimensional inerente a esta metodologia. Ao invés de se elaborar diversas cartas individuais para cada característica em estudo, as cartas Z e W possibilitam aglomerar as mesmas num só documento e assim facilitar a análise para todos os intervenientes. Este método é essencialmente aplicado na Fase II do controlo estatístico do processo, pois é crucial recorrer aos parâmetros estimados na Fase I.

Os princípios subjacentes às cartas tradicionais de Shewhart aplicam-se também nas cartas Z e W, ou seja, a recolha de dados, frequência de amostragem adequada ao processo e nível de significância ($\alpha = 0,27\%$). As regras para deteção de padrões não aleatórios, referidas na Norma ISO 7870-2:2013, são aplicáveis nas cartas Z e W (Pereira e Requeijo, 2012).

Dependendo da situação em estudo, existem diferentes tipos de cartas para controlar a média (Carta Z) e a dispersão (Carta W), nomeadamente as cartas de média e amplitude, as cartas de média e desvio padrão e as cartas de observações individuais e amplitude móvel. As cartas da média e amplitude não serão mencionadas na presente dissertação, podendo ser consultadas na obra de Pereira e Requeijo (2012).

2.5.1.1. Cartas da Média e do Desvio Padrão

De modo a controlar os parâmetros dos processos referentes às características dos produtos, recorrendo a médias e desvios padrão amostrais, utilizam-se as variáveis Z e W determinadas com base nas seguintes expressões:

$$(Z_i)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \right)_j = \left(\frac{\bar{X}_i - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_i}}} \right)_j \quad (2.76)$$

$$(W_i)_j = \left(\frac{S_i}{c_4 \sigma} \right)_j = \left(\frac{S_i}{\bar{S}} \right)_j \quad (2.77)$$

Onde,

$(\bar{X}_i)_j$ - média da amostra i para o produto j

$(n_i)_j$ - dimensão da amostra i para o produto j

$(\mu)_j$ - média do processo, relativamente à característica X , para o produto j

$(\sigma)_j$ - desvio padrão do processo, relativamente à característica X para o produto j

$(S_i)_j$ - desvio padrão da amostra i para o produto j

$(\bar{S})_j$ - média dos desvios padrão amostrais para o produto j

Os limites das cartas $Z_{\bar{X}}$ e W_S são dados por:

$$\begin{aligned} LSC_Z &= 3 \\ LC_Z &= 0 \end{aligned} \tag{2.78}$$

$$\begin{aligned} LIC_Z &= -3 \\ LSC_{W_S} &= B_4 \\ LC_{W_S} &= 1 \\ LIC_{W_S} &= B_3 \end{aligned} \tag{2.79}$$

Os valores das constantes c_4 , B_3 e B_4 dependem unicamente da dimensão da amostra e podem ser consultados na tabela I.3 do Anexo I.

Na construção da Carta $Z_{\bar{X}}$ os limites de controlo não são afetados pela variação da dimensão da amostra seja entre produtos ou no mesmo produto, no entanto na Carta W_S essa situação não se verifica, pois as constantes que estabelecem os limites de controlo dependem da dimensão da amostra, logo convém assegurar que a dimensão da amostra se mantem fixa.

2.5.1.2. Cartas de Observações Individuais e da Amplitude Móvel

Quando o sistema de produção não permite ou não é recomendável usar amostras no controlo estatístico do processo, recorre-se a observações individuais ($n = 1$). Assim, as variáveis das cartas Z_X e W_{MR} são definidas por:

$$(Z_i)_j = \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)_j \tag{2.80}$$

$$(W_i)_j = \left(\frac{MR_i}{d_2 \sigma} \right)_j = \left(\frac{MR_i}{\overline{MR}} \right)_j \tag{2.81}$$

Em que,

$(MR_i)_j$ - amplitude móvel no instante i para o produto j

$(\overline{MR})_j$ - média das amplitudes móveis para o produto j

Em situações que se utilizam duas observações consecutivas no cálculo das amplitudes móveis, pode-se determinar por:

$$(W_i)_j = \frac{(|Z_i - Z_{i-1}|)_j}{d_2} \quad (2.82)$$

Os limites de controlo das Cartas Z_X e W_{MR} são definidos, respetivamente, pelas equações (2.78) e (2.83).

$$\begin{aligned} LSC_{W_S} &= D_4 \\ LC_{W_S} &= 1 \\ LIC_{W_S} &= D_3 \end{aligned} \quad (2.83)$$

Os valores das constantes d_2 , D_3 e D_4 dependem do número de observações considerado para o cálculo da amplitude móvel. Na presente dissertação assumiu-se duas observações para o efeito, então pode-se consultar as variáveis para $n = 2$, na tabela I.3 do Anexo I.

2.5.1.3. Capacidade do Processo Representada nas Cartas Z

A análise da capacidade dos processos na Fase I, é crucial para garantir que o processo tem condições para produzir consoante as especificações técnicas. Este conceito deve ser transportado para a fase de monitorização do processo (Fase II), ou seja, à medida que são recolhidas observações para realizar o acompanhamento da produção a análise de capacidade deve também ser efetuada em tempo real de modo garantir a satisfação dos clientes e possuir mais informação acerca do produto face às especificações técnicas.

Considerando que todos os critérios inerentes à Fase I são verificados, relativamente ao controlo estatístico do processo e estabilidade, na Fase II a análise de capacidade dos processos são determinados pelos índices Z_I e Z_S , estimados nos instantes em que são recolhidas as amostras, sendo que estes índices representam as transformações adequadas dos índices $(C_{pk})_I$ e $(C_{pk})_S$. Na determinação dos índices Z_I e Z_S , a constante k reflete o nível mínimo exigido para a capacidade do processo e as expressões, para o produto j , são definidas segundo Pereira e Requeijo (2012) por:

$$(Z_I)_j = \left(\frac{LIE - \mu}{k\sigma} \right)_j \quad (2.84)$$

$$(Z_S)_j = \left(\frac{LSE - \mu}{k\sigma} \right)_j \quad (2.85)$$

Para especificações bilaterais, considera-se que o processo referente ao produto j é capaz de produzir consoante as especificações se:

$$\begin{aligned} (Z_I)_j &\leq -3 \\ (Z_S)_j &\leq 3 \end{aligned} \quad (2.86)$$

As estimativas dos índices de capacidade $(\hat{Z}_I)_j$ e $(\hat{Z}_S)_j$ são baseados a partir das estimativas dos parâmetros do processo efetuadas na Fase I de cada produto j e dos valores dos parâmetros do processo estimados em cada instante r . À medida que o processo avança na Fase II a média e desvio padrão alteram-se ligeiramente, pelo que se torna essencial calcular novas estimativas dos parâmetros do processo a cada instante. As estimações dos índices a cada instante são dadas por:

$$\left((\hat{Z}_I)_r \right)_j = \left(\frac{LIE - \hat{\mu}_r}{k\hat{\sigma}_r} \right)_j \quad (2.87)$$

$$\left((\hat{Z}_S)_r \right)_j = \left(\frac{LSE - \hat{\mu}_r}{k\hat{\sigma}_r} \right)_j \quad (2.88)$$

Para a determinação das estimativas dos parâmetros, a cada instante r , existem duas situações a considerar. Quando a recolha dos dados apresenta amostras com dois ou mais elementos ($n \geq 2$) então os cálculos definem-se por:

$$\hat{\mu}_r = \bar{\bar{X}}_r \quad (2.89)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{\bar{S}_r}{c_4} \quad (2.90)$$

Em que,

$$\bar{\bar{X}}_r = \frac{1}{r} \left((r-1)\bar{\bar{X}}_{r-1} + \bar{X}_r \right), \quad r = 2, 3, \dots \quad (2.91)$$

$$\bar{S}_r = \frac{1}{r} \left((r-1)\bar{S}_{r-1} + S_r \right), \quad r = 2, 3, \dots \quad (2.92)$$

Nas situações em que as amostras se tratam de observações individuais ($n = 1$), os parâmetros do processo estimam-se por:

$$\hat{\mu}_r = \bar{X}_r \quad (2.93)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{\overline{MR}_r}{d_2} \quad (2.94)$$

Onde,

$$\bar{X}_r = \frac{1}{r}((r-1)\bar{X}_{r-1} + X_r), \quad r = 2, 3, \dots \quad (2.95)$$

$$\overline{MR}_r = \frac{1}{r}((r-1)\overline{MR}_{r-1} + MR_r), \quad r = 3, 4, \dots \quad (2.96)$$

As constantes d_2 e c_4 são obtidas pela tabela I.3 do Anexo I.

De forma a concluir o estudo da capacidade do processo, é importante referir que nas situações em que se detetam uma causa especial de variação a norma deverá ser a investigação da causa e respetiva implementação de ações corretivas. Nesses instantes, não faz sentido calcular os índices $(Z_I)_j$ e $(Z_S)_j$ nem contabilizar a informação desse instante na estimação de parâmetros em instantes seguintes. Na eventualidade de algum ponto se revelar sem capacidade, é usual parar o processo, identificar o problema, tomar medidas corretivas e reiniciar o *SPC* a partir da Fase I.

2.5.2. Cartas de Controlo Q

Diferentes indústrias demonstram diferentes realidades no momento de implementação do *SPC*, e em algumas situações não é possível estimar convenientemente os parâmetros dos processos devido à escassez de informação. Deste modo, Quesenberry (1997) desenvolveu uma metodologia que consiste na transformação da característica da qualidade X numa variável Q , em que X é uma variável contínua. A variável Q segue aproximadamente a distribuição Normal reduzida, com média zero e variância unitária. Considera-se que os valores de X são independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal $N(\mu, \sigma^2)$. Este método tem em conta todos os instantes anteriores ao instante em estudo, aquando das estimativas dos parâmetros.

Os fundamentos principais apresentados para as cartas de Shewhart e para as cartas Z e W aplicam-se às integralmente às cartas Q (Pereira e Requeijo, 2012).

2.5.2.1. Cartas Q para Observações Individuais e Amplitudes Móveis

As cartas de observações individuais (Carta $Q(X)$) e de amplitudes móveis (Carta $Q(MR)$) servem o propósito de auxiliar o controlo estatístico na impossibilidade de recolher amostras com dimensão superior à unidade. A variável X é transformada no instante r na estatística Q pela expressão:

$$Q_r(X_r) = \Phi^{-1} \left\{ G_{r-2} \left(\sqrt{\frac{r-1}{r}} \left(\frac{X_r - \bar{X}_{r-1}}{S_{r-1}} \right) \right) \right\}, \quad r = 3, 4, \dots \quad (2.97)$$

Esta metodologia possibilita o controlo da média a partir do instante $r = 3$, ou seja, apesar do evidente reduzido número de dados o *SPC* é prontamente iniciado.

A dispersão do processo será controlada a partir de duas (ou mais) observações consecutivas, de forma a determinar as amplitudes móveis. A estatística Q obtida pela estatística MR , é definida a cada instante r por:

$$Q_r(MR_r) = \Phi^{-1} \left\{ F_{1,v} \left(\frac{v(MR_r)^2}{(MR)_2^2 + (MR)_4^2 + \dots + (MR)_{r-2}^2} \right) \right\}, r = 4, 6, \dots \quad (2.98)$$

Onde,

$$v = \frac{r}{2} - 1 \quad (2.99)$$

Mediante a equação (2.98) é possível verificar que a dispersão inicia o controlo no instante $r = 4$ e só se efetua quando o instante r é par. O cálculo da média (\bar{X}_r), da variância amostral (S_r^2) e da amplitude móvel (MR_r) são definidos analogamente e respetivamente pelas equações (2.8), (2.27) e (2.48).

Nas equações (2.97), (2.98) entende-se:

- X_r - observação no instante r
- \bar{X}_{r-1} - média das observações anteriores ao instante r
- MR_r - amplitude móvel do instante r
- S_{r-1} - desvio padrão das observações anteriores ao instante r
- $\Phi^{-1}(\blacksquare)$ - inverso da Função de Distribuição Normal
- $G_v(\blacksquare)$ - Função de Distribuição *t-student*, com v graus de liberdade
- $F_{v_1, v_2}(\blacksquare)$ - Função de Distribuição de Fisher, com v_1 e v_2 graus de liberdade

Como as variáveis $Q(X)$ e $Q(MR)$ são Normalmente distribuídas segundo a Normal reduzida, os limites de controlo são expressos por:

$$\begin{aligned}
LSC_{Q(X)} &= 3 \\
LC_{Q(X)} &= 0 \\
LIC_{Q(X)} &= -3
\end{aligned} \tag{2.100}$$

$$\begin{aligned}
LSC_{Q(MR)} &= 3 \\
LC_{Q(MR)} &= 0 \\
LIC_{Q(MR)} &= -3
\end{aligned} \tag{2.101}$$

2.5.2.2. Cartas Q para a Média e Variância

Situações em que a dimensão da amostra é igual ou superior a dois ($n = 2$) utilizam-se as cartas $Q(\bar{X})$ e $Q(S^2)$ construídas com base nas seguintes estatísticas:

$$Q_i(\bar{X}_i) = \Phi^{-1} \left(G_{n_1 + \dots + n_{i-1}}(\omega_i) \right) = \Phi^{-1} \left(G_{v_1 + \dots + v_i}(\omega_i) \right), i = 2, 3, \dots \tag{2.102}$$

Em que $v_i = n_i - 1$

$$Q_i(S_i^2) = \Phi^{-1} \left(F_{n_{i-1}, n_1 + \dots + n_{i-1} - i + 1}(\theta_i) \right) = \Phi^{-1} \left(F_{v_1, v_2 + \dots + v_{i-1}}(\theta_i) \right), i = 2, 3, \dots \tag{2.103}$$

As estatísticas acima mencionadas são determinadas com o auxílio das expressões:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{n_i(n_1 + \dots + n_{i-1})}{n_1 + \dots + n_i}} \left(\frac{\bar{X}_i - \bar{\bar{X}}_{i-1}}{S_{p,i-1}} \right), \quad i = 2, 3, \dots \tag{2.104}$$

$$S_{p,i}^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + \dots + (n_i - 1)S_i^2}{n_1 + \dots + n_{i-1}} = \frac{\sum_{j=1}^i v_j S_j^2}{\sum_{j=1}^i v_j} \tag{2.105}$$

$$\bar{\bar{X}}_i = \frac{n_1 \bar{X}_1 + \dots + n_i \bar{X}_i}{n_1 + \dots + n_i} \tag{2.106}$$

$$\theta_i = \frac{S_i^2}{S_{p,i-1}^2}, \quad i = 2, 3, \dots \tag{2.107}$$

Nas equações anteriores admite-se que:

i - instante i

n_i - dimensão da amostra i

- \bar{X}_i - média da amostra i
 $\bar{\bar{X}}_i$ - média das médias de i amostras
 $S_{p,i}^2$ - variância combinada de i amostras

Como referido inicialmente, devido ao facto de ambas as estatísticas Q seguirem uma distribuição Normal reduzida, os limites de controlo das cartas $Q(\bar{X})$ e $Q(S^2)$ são determinados por:

$$\begin{aligned} LSC_{Q(\bar{X})} &= 3 \\ LC_{Q(\bar{X})} &= 0 \\ LIC_{Q(\bar{X})} &= -3 \end{aligned} \tag{2.108}$$

$$\begin{aligned} LSC_{Q(S^2)} &= 3 \\ LC_{Q(S^2)} &= 0 \\ LIC_{Q(S^2)} &= -3 \end{aligned} \tag{2.109}$$

2.5.2.3. Capacidade do Processo Representada nas Cartas Q

As considerações feitas para as cartas Z e W , relativamente aos benefícios que a análise da capacidade do processo oferece no estudo em tempo real são válidos para cenários em que o número de dados é um fator limitativo. De forma a minimizar os custos da produção, a monitorização tem de ser ativa e na deteção de um padrão não aleatório, deve ser identificada a sua causa e devem ser tomadas as respetivas medidas corretivas.

Na utilização de cartas Q , a análise da capacidade do processo efetua-se através dos índices Q_I e Q_S , originários do índice tradicional C_{pk} . Estes indicadores são apresentados nas cartas Q , análogos aos apresentados nas cartas Z e W , e são definidos por:

$$Q_I = \frac{LIE - \mu}{k\sigma} \tag{2.110}$$

$$Q_S = \frac{LSE - \mu}{k\sigma} \tag{2.111}$$

No instante r , as estimativas destes índices determinam-se por:

$$(\hat{Q}_I)_r = \frac{LIE - \hat{\mu}_r}{k\hat{\sigma}_r} \tag{2.112}$$

$$(\hat{Q}_s)_r = \frac{LSE - \hat{\mu}_r}{k\hat{\sigma}_r} \quad (2.113)$$

Para o cálculo das estimativas dos parâmetros a cada instante r , devem ser consideradas duas situações distintas. Na presença de observações individuais, onde os parâmetros são definidos por:

$$\hat{\mu}_r = \bar{X}_r \quad (2.93)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{S_r}{c_4} \quad (2.114)$$

Com \bar{X}_r a ser determinado pela equação (2.95) e S_r^2 possui como base a equação (2.39). Outro cenário é a utilização de amostras, no qual os parâmetros se estabelecem por:

$$\hat{\mu}_r = \bar{\bar{X}}_r \quad (2.96)$$

$$\hat{\sigma}_r = \frac{S_{p,r}}{c_4} \quad (2.115)$$

Em que $\bar{\bar{X}}_r$ é dado pela equação (2.91).

A presença de causas especiais de variação e pontos sem capacidade deve ser lidados de igual forma à descrita para as cartas Z e W . A constante c_4 tem em consideração o valor do instante r (quando se utilizam cartas $Q(X)$ ou a dimensão da amostra quando se utilizam cartas $Q(\bar{X})$) e o seu valor pode ser obtido pela tabela I.3 do Anexo I.

2.6. Controlo Estatístico do Processo Multivariado

Diversas organizações pretendem controlar simultaneamente mais do que uma característica da qualidade de um determinado “*output*”. Ao implementar o controlo estatístico nesses processos, as empresas elaboram cartas de controlo em igual número às variáveis que pretendem monitorizar, originando uma panóplia de documentos que não facilitam o controlo, para além das possíveis conclusões erróneas que a análise univariada desencadeia na presença de características da qualidade correlacionadas, aumentando a probabilidade de erro quanto maior a correlação verificada.

O risco de ocorrências de falsos alarmes, na implementação de cartas de Shewhart univariadas é de 0,27%. No controlo de duas variáveis, a probabilidade de existir um ponto fora, em simultâneo, dos limites de controlo é de 0,000729% ($0,0027 \times 0,0027 = 0,00000729$) e a probabilidade de um ponto

pertencer, em simultâneo, ao intervalo definido pelos limites de controlo é de 99,46% ($0,9973 \times 0,9973 = 0,9946$) (Montgomery, 2009).

O risco do tipo I, referido anteriormente, aumenta consoante o acréscimo de variáveis ao estudo. Assim, se existirem p características da qualidade independentes, o erro de tipo I (α) para a variável i é definido por:

$$\alpha = P(\text{erro do tipo I}) = 1 - \prod_{i=1}^p (1 - \alpha_i) \quad (2.116)$$

A probabilidade de todos os pontos das p variáveis pertencerem, em simultâneo, ao intervalo definido pelos limites de controlo é dada pela equação:

$$P(\text{todos os pontos entre os limites de controlo}) = \prod_{i=1}^p (1 - \alpha_i) \quad (2.117)$$

Segundo Montgomery (2009), as abordagens iniciais a esta temática realizaram-se por Hotelling (1947), que aplicou os seus métodos em dados de equipamentos militares durante a 2ª Guerra Mundial. Diversos autores revelaram interesse no desenvolvimento do controlo multivariado do processo, originando outras metodologias como as cartas de Somas Acumuladas (*CUSUM*) multivariadas onde Crosier (1988), Pignatiello e Runger (1990) e Woodall e Ncube (1985) se destacaram. No progresso das cartas multivariadas da média móvel exponencialmente amortecidas (*MEWMA*), que permite a deteção de pequenas alterações no vetor média do processo, distingue-se a obra de Lowry *et al.* (1992). Em alternativa às cartas de Hotelling, Hayter e Tsui (1994) desenvolveram um método que consiste numa carta de controlo que discrimina as variáveis responsáveis pela falta de controlo do processo quando uma ocorrência se dá. Também Kourti (2005) propõe uma abordagem diferente, onde as cartas de controlo são baseadas em métodos de projeção.

Relativamente à capacidade do processo, no controlo estatístico multivariado, autores como Taam *et al.* (1993), Shahriari *et al.* (1995) e Shahriari e Abdollahzadeh (2009) contribuíram com impacto positivo na área.

Para recolher mais informação acerca do Controlo Estatístico do Processo Multivariado além dos autores acima mencionados, aconselha-se a consulta de trabalhos de Jackson (1985), Hawkins (1991), Tracy *et al.* (1992), Lowry e Montgomery (1995), Bersimis *et al.* (2007), Montgomery (2009) e Pereira e Requeijo (2012).

Na presente dissertação as cartas T^2 serão abordadas sucintamente, uma vez que as cartas utilizadas no controlo estatístico multivariado foram as $MQ(X)$.

2.6.1. Cartas Multivariadas Tradicionais

Análogo ao estudo univariado, o controlo estatístico multivariado tradicional divide-se na Fase I e Fase II. Na Fase I realiza-se a recolha de dados, que segundo Pereira e Requeijo (2012) o mínimo recomendado são 100 medições de cada característica da qualidade, e de seguida é elaborada uma carta T^2 de forma a verificar a estabilidade do processo, permitindo assim estimar o vetor média e a matriz das covariâncias do processo. Na Fase II, são definidos os limites de controlo para uma nova carta T^2 com base nas observações efetuadas na Fase I e procede-se à monitorização do processo. Assim que o número de total de amostras recolhidas (m) da Fase I e Fase II pertença ao intervalo definido pela equação (2.118), deve-se proceder à monitorização do processo utilizando as cartas χ^2 . No caso de observações individuais, o intervalo a ser considerado deverá ser o estabelecido pela equação (2.119) (Pereira e Requeijo, 2012).

$$\frac{800p}{3(n-1)} \leq m \leq \frac{400p}{n-1} \quad (2.118)$$

$$180p \leq m \leq 300p \quad (2.119)$$

A implementação das cartas T^2 para médias de amostras e para observações individuais assentam no pressuposto de que a distribuição das p características segue uma distribuição Normal multivariada $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, com o vetor $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$ e matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$.

2.6.1.1. Condições de aplicabilidade

De forma a ser possível a aplicação desta metodologia, analogamente ao estudo univariado, deve ser verificada a aleatoriedade e Normalidade dos dados. Relativamente à aleatoriedade dos dados, Holmes e Mergen (1998) sugerem um teste multivariado a aplicar às p características da qualidade que consiste em comparar a matriz das covariâncias com a matriz das covariâncias determinada a partir da Diferença dos Quadrados Mínimos Sucessivos (MSSD).

Ainda que cada uma das p variáveis seja Normalmente distribuída, embora seja condição necessária, não é o suficiente para admitir que seguem uma distribuição Normal multivariada. Segundo Pereira e Requeijo (2012), os testes mais facilmente encontrados para verificar esta premissa são o Teste H (Royston (1982) e Looney (1995)), Teste Q_3 (Small (1980) e Looney (1995)) e Gráfico Q-Q (Reis (2001)).

2.6.1.2. Cartas T^2 para Médias de Amostras

Na Fase I, procede-se à recolha de m amostras de dimensão n para p características em estudo. As médias, variâncias e as covariâncias amostrais são calculadas com base nas observações individuais X_{ijk} ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$), através das seguintes expressões:

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad (2.120)$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad (2.121)$$

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}) \quad (2.122)$$

Com o intuito de calcular o vetor média $\bar{\mathbf{X}}$, procede-se à determinação das médias amostras \bar{X}_j . As variâncias \bar{S}_j^2 , e as covariâncias \bar{S}_{jh} s, que forma a matriz das covariâncias \mathbf{S} , são obtidas através das seguintes equações:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad (2.123)$$

$$\bar{S}_{jj} = \bar{S}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad (2.124)$$

$$\bar{S}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} ; j \neq h \quad (2.125)$$

Assim, o vetor média $\bar{\mathbf{X}}$ e a matriz das covariâncias \mathbf{S} são definidos por:

$$\bar{\mathbf{X}} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p)^T \quad (2.126)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{13} & \dots & \bar{S}_{1p} \\ \bar{S}_{21} & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{23} & \dots & \bar{S}_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \bar{S}_{p1} & \bar{S}_{p2} & \bar{S}_{p3} & \dots & \bar{S}_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.127)$$

O vetor $\bar{\mathbf{X}}_k$ é formado pelas médias das p características da amostra k :

$$\bar{\mathbf{X}}_k = (\bar{X}_{1k}, \bar{X}_{2k}, \dots, \bar{X}_{pk})^T \quad (2.128)$$

Nas equações anteriores assume-se:

- X_{ijk} - observação i da característica j na amostra k
- \bar{X}_{jk} - média da característica j na amostra k
- S_{jk}^2 - variância da característica j na amostra k
- S_{jhk} - covariância entre as características da qualidade j e h na amostra k
- $\bar{\bar{X}}_j$ - média das m médias de amostra referente à característica j
- $\bar{\bar{S}}_{jj}$ - média das m variâncias de amostra referente à característica j
- $\bar{\bar{S}}_{jh}$ - média das m covariâncias de amostra entre as características j e h

Com o auxílio das equações anteriores, determina-se a variável T^2 no instante k , designada por:

$$(T^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})' \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad (2.129)$$

Com a variável T^2 elabora-se uma carta de controlo em função de k (1, 2, ..., m), cujos limites de controlo são definidos por:

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn - m - p + 1} F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad (2.130)$$

$$LIC_{T^2} = 0 \quad (2.131)$$

Uma causa especial é detetada na ocorrência de $(T^2)_k > LSC_{T^2}$, sendo que se eliminam as amostras fora dos limites de controlo e recalcula-se as estatísticas a partir da equação (2.130) de forma a alcançar uma carta T^2 sem causas especiais. No caso de existir um número considerável de amostras fora dos limites, admite-se que o processo não está estabilizado e deve-se realizar esforços no sentido de corrigir o processo de modo a estabilizar o mesmo.

Quando o processo se encontrar sob controlo estatístico é possível estimar os parâmetros do mesmo, pelas equações seguintes:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{\mathbf{X}}} \quad (2.132)$$

$$\hat{\Sigma} = S \quad (2.133)$$

Verificada a estabilidade do processo e a estimação dos seus parâmetros procede-se ao início da Fase II, onde se realiza a monitorização em tempo real. Nesta fase é possível diferenciar dois momentos, que culminam em duas cartas distintas, a carta T^2 e carta χ^2 . A carta T^2 aplica-se quando se pretende supervisionar o processo imediatamente a seguir ao término da Fase I. As equações referentes aos limites de controlo são estabelecidas por:

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad (2.134)$$

$$LIC_{T^2} = 0 \quad (2.131)$$

Após um tempo considerável de controlo na Fase II, traduzido pela equação (2.118), e se observar a estabilidade do processo deve-se iniciar a carta χ^2 de modo a prosseguir com a monitorização. Assim, a estatística χ^2 , no instante k , e respetivos limites de controlo são definidos por:

$$(\chi^2)_k = n(\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.135)$$

$$LSC_{\chi^2} = \chi^2_{\alpha; p} \quad (2.136)$$

$$LIC_{\chi^2} = 0 \quad (2.137)$$

Quando se verifica $(T^2)_k > LSC_{T^2}$ ou $(\chi^2)_k > LSC_{\chi^2}$, significa que se está na presença de uma causa especial de variação e nestas situações deve-se proceder à investigação das variáveis responsáveis pela ocorrência e executar as respetivas ações corretivas. É também importante averiguar se houve alteração significativa na correlação entre variáveis, pois por vezes essa pode ser a causa da variação.

2.6.1.3. Interpretação das Cartas T^2

Na análise de cartas multivariadas uma situação fora de controlo é facilmente detetada, tal como nas restantes cartas, quando um ponto se encontra fora do intervalo definido pelos limites de controlo. Esta ocorrência pode dever-se a uma ou mais variáveis ou à alteração da correlação entre variáveis. Sendo que esta informação não é diretamente analisada na carta, foram desenvolvidos vários métodos para identificação dessas características. Os autores Montgomery (2009) e Pereira e Requeijo (2012) abordam várias metodologias para a identificação dessas variáveis e/ou correlações, entre elas o método

de decomposição em componentes principais, decomposição em componentes ortogonais e método do ponto crítico. Nesta dissertação será apenas apresentado o método aplicado à estatística d .

2.6.1.3.1. Método da Estatística d

O método da estatística d destaca-se pela simplicidade da sua aplicação. Esta metodologia tem como objetivo determinar a variável (ou as variáveis) responsáveis por uma causa especial de variação. A estatística d é definida, para cada variável j , por:

$$d_j = T^2 - T_{(j)}^2, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.138)$$

Em que T^2 é o valor da estatística calculado a partir das p variáveis e $T_{(j)}^2$ representa o valor da estatística de Hotelling determinado recorrendo às p variáveis com exceção da variável j . Considera-se que uma variável contribui significativamente para a ocorrência fora de controlo quando:

$$d_j > \chi_{\alpha;1}^2 \quad (2.139)$$

Caso nenhum valor d_j seja superior ao valor crítico, conclui-se que existiu uma alteração de correlação entre variáveis, e assim será necessário recorrer a outro método de análise.

2.6.1.4. Capacidade Multivariada do Processo

O estudo multivariado do processo revela-se mais complexo relativamente ao estudo univariado, devido à análise em simultâneo de p características da qualidade. Vários autores têm contribuído para o desenvolvimento do estudo da capacidade multivariada como Shahriari *et al.* (1995), que propõem uma metodologia que considera o estudo de um vetor composto por três índices de capacidade. Os índices MC_p , MC_{pk} , MC_{pm} e MC_{pmk} surgem da decomposição em componentes principais e a sua utilização é sugerida por Wang e Chen (1998). Mais recentemente surgiram desenvolvimentos de novos índices por parte de Shahriari e Abdollahzadeh (2009) e Pan e Lee (2010) de forma a aumentar a diversidade de metodologias. Xekalaki e Perakis (2002) sugere índices de capacidade para processos com especificações unilaterais.

Na presente dissertação será apresentado o método proposto por Shahriari *et al.* (1995), que consiste em estudar a capacidade através do vetor de capacidade multivariada, composto por três componentes (C_{pM} , PV , LI). Esta metodologia serviu de base para o estudo da capacidade multivariada na presente dissertação.

2.6.1.4.1. Vetor de Capacidade Multivariado

Com base no desenvolvimento realizado por (Shahriari et al., 1995), a análise da capacidade multivariada faz-se mediante a determinação de três índices, C_{pM} , PV e LI . O índice C_{pM} compara os volumes das regiões referentes à especificação e ao processo, assemelhando-se com a função do índice de capacidade potencial univariado C_p . O valor do índice C_{pM} é definido por:

$$C_{pM} = \left(\frac{\text{Volume da região referente à especificação}}{\text{Volume modificado referente ao processo}} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.140)$$

A especificação técnica define uma região *p-retangular*, ou seja, para $p = 2$ essa região é um retângulo, para $p = 3$ é um prisma e para $p \geq 4$ um *p-retângulo*. A região inerente ao processo representa-se através de um *p-elipsóide*, desde que o processo siga uma distribuição Normal multivariada $N_p(\mu, \Sigma)$. Esta designação relativamente à região do processo refere-se a uma elipse quando $p = 2$, uma elipsoide para $p = 3$ e quando $p \geq 4$ a um *p-elipsóide*. Na equação (2.140) menciona-se no denominador uma região modificada do processo, sendo que esta é definida pelo menor *p-retângulo* que contém o elipsoide. A figura 2.5 permite visualizar as diferentes regiões abordadas para $p = 2$.

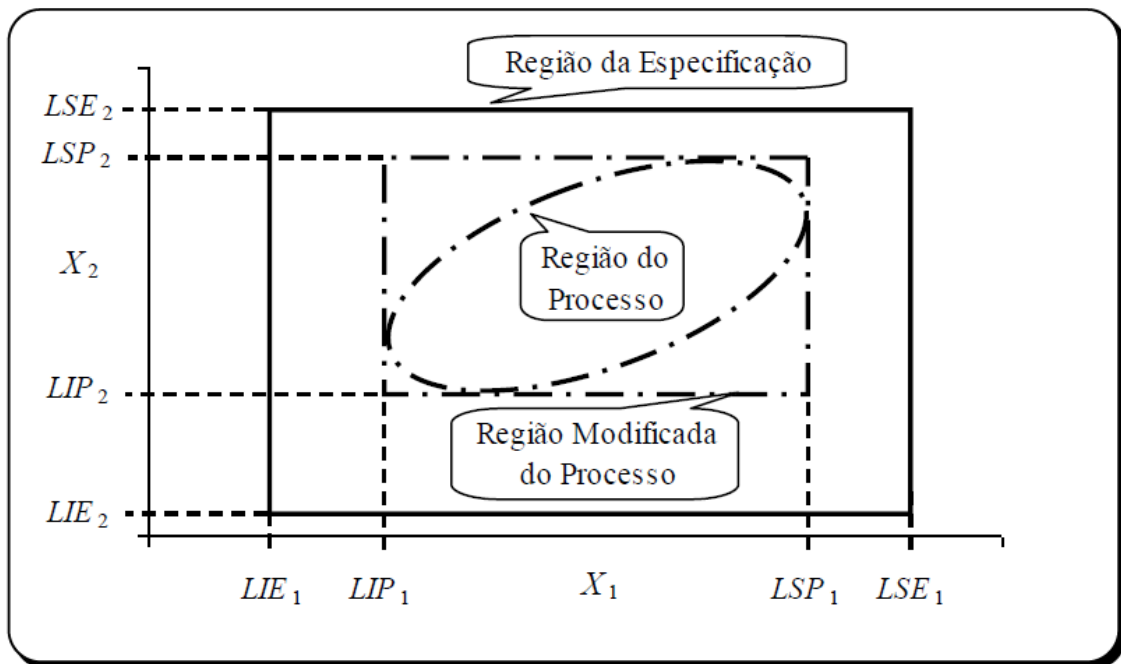


Figura 2.5 - Exemplificação das regiões envolvidas (Fonte: Pereira e Requeijo, (2012))

Considerando os valores dos limites inferiores e superiores do processo (LIP e LSP) para as p características, obtém-se a expressão, que substitui a equação (2.140), definida por:

$$C_{pM} = \left(\frac{\sum_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)}{\sum_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i)} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.141)$$

Onde,

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.142)$$

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma_i^{-1})}}; \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.143)$$

Nas equações anteriores considera-se:

Σ - matriz das covariâncias

Σ_i - matriz das covariâncias desprezando a coluna i e linha i da matriz Σ

$\det(\Sigma_i^{-1})$ - determinante da matriz inversa de Σ_i

$\chi_{\alpha;p}^2$ - percentil à direita, para uma probabilidade α , da distribuição χ^2 com p graus de liberdade

O índice PV compara a localização da especificação técnica (vetor \mathbf{T}) com a localização do processo. Este índice, em que N representa o número de observações usadas na estimação dos parâmetros do processo, é definido por:

$$PV = \left(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} F_{p,N-p} \right) \quad (2.144)$$

Na determinação deste índice, a estatística T^2 é calculada a partir da equação (2.145), em que o vetor $\mathbf{T} = (T_1, T_2, \dots, T_p)'$ representa o vetor dos valores nominais da especificação.

$$T^2 = n(\hat{\mu} - \mathbf{T})^T \Sigma^{-1} (\hat{\mu} - \mathbf{T}) = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})^T \mathbf{S}^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad (2.145)$$

O índice LI verifica se a região modificada do processo está contida na região definida pela especificação. Este índice é estabelecido pela seguinte expressão:

$$LI = \begin{cases} 1, & \text{se a região modificada do processo está} \\ & \text{contida na região da especificação} \\ 0, & \text{outra situação} \end{cases} \quad (2.146)$$

O valor LI compara os intervalos da especificação $([LIE, LSE]_j)$ e do processo $([LIP, LSP]_j)$, para as p características da qualidade. Quando, para todas as p variáveis $[LIP, LSP]_j \subset [LIE, LSE]_j$, LI toma o valor 1.

Considera-se que o processo apresenta capacidade quando se verifica $C_{pM} \geq 1,33$, $PV \approx 1$ e $LI = 1$.

2.6.2. Número Restrito de Dados

À semelhança do controlo estatístico univariado, a aplicação das estatísticas Q multivariadas revela-se a mais adequada em situações onde o número de dados insuficiente não permite a estimação dos parâmetros. As cartas apresentadas assentam no pressuposto de que a distribuição conjunta das p variáveis é uma distribuição Normal multivariada $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$.

2.6.2.1. Carta $MQ(X)$ para Observações Individuais

Quando se está na presença de observações individuais de cada uma das p características da qualidade, o vetor \mathbf{X} é transformado na estatística Q , no instante r , definida por:

$$Q_r(\mathbf{X}_r) = \Phi^{-1}\left(F_{p, r-1-p}(A_r)\right), \quad r = p + 2, p + 3, \dots \quad (2.147)$$

Em que,

$$A_r = \left(\frac{(r-1)(r-1-p)}{rp(r-2)}\right) (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})' \mathbf{S}_{r-1}^{-1} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1}) \quad (2.148)$$

Na equação anterior, admite-se que:

$$\mathbf{X}_r = (X_{r1}, X_{r2}, \dots, X_{rp})' \quad (2.149)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_r = \frac{1}{r} ((r-1)\bar{\mathbf{X}}_{r-1} + \mathbf{X}_r) \quad (2.150)$$

$$\mathbf{S}_r = \left(\frac{1}{r}\right) \mathbf{S}_{r-1} + \frac{1}{r} (\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})(\mathbf{X}_r - \bar{\mathbf{X}}_{r-1})' \quad (2.151)$$

Os limites de controlo da carta $MQ(X)$ são dados pela equação (2.152), pois quando o processo se encontra sob controlo estatístico e X segue uma distribuição Normal multivariada, os valores da estatística Q são independentes e distribuídos segundo uma Normal reduzida $N(0,1)$.

$$\begin{aligned}
LSC_{MQ(X)} &= 3 \\
LC_{MQ(X)} &= 0 \\
LIC_{MQ(X)} &= -3
\end{aligned}
\tag{2.152}$$

A análise da carta $MQ(X)$ é semelhante à carta $Q(X)$ do estudo univariado, referido anteriormente. Devido à fraca sensibilidade na detecção de causas especiais de variação da carta $MQ(X)$, é recomendado utilizar a Regra 1 e Regra 6 referidas na norma ISO 7870-2:2013, sendo que na presente dissertação se adotou esta sugestão.

2.6.2.2. Carta $MQ(X)$ para Média de Amostras

Em situações que possibilitam a utilização de amostras de cada uma das p características da qualidade, adequa-se a implementação da carta $MQ(\bar{X})$. A estatística Q , no instante r , representa a transformada do vetor \bar{X} nesse instante, definido por:

$$Q_r(\bar{\mathbf{X}}_r) = \Phi^{-1} \left(F_{p, N_r - r - p + 1}(A_r) \right), \quad r = 2, 3, \dots \tag{2.153}$$

Onde,

$$A_r = \left(\frac{n_r N_{r-1} (N_r - r + 1 - p)}{N_r p (N_r - r)} \right) (\bar{\mathbf{X}}_r - \bar{\bar{\mathbf{X}}}_{r-1})' \mathbf{S}_{pool, r}^{-1} (\bar{\mathbf{X}}_r - \bar{\bar{\mathbf{X}}}_{r-1}) \tag{2.154}$$

$$\bar{\mathbf{X}}_r = (\bar{X}_{r1}, \bar{X}_{r2}, \dots, \bar{X}_{rp})' \tag{2.155}$$

Os valores das estatísticas da amostra i são determinados por:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \tag{2.156}$$

$$S_i = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)' (X_{ij} - \bar{X}_i) \tag{2.157}$$

As estatísticas sequencias definidas por:

$$N_r = n_2 + \dots + n_r \tag{2.158}$$

$$\bar{\bar{X}}_r = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^r n_i \bar{X}_i = \frac{1}{N_r} (N_{r-1} \bar{\bar{X}}_{r-1} + n_r \bar{X}_r) \tag{2.159}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{pool,r} &= \frac{1}{N_r - 1} \sum_{i=1}^r (n_i - 1) \mathbf{S}_i = \\ &= \frac{1}{N_r - 1} \left((N_{r-1} - r + 1) \mathbf{S}_{pool,r-1} + (n_r - 1) \mathbf{S}_r \right) \end{aligned} \quad (2.160)$$

$$\mathbf{S}_{pool,0} = 0 \quad (2.161)$$

Seguindo o mesmo raciocínio apresentado para a carta $MQ(X)$, a estatística Q da carta $MQ(\bar{X})$ é distribuída segundo $N(0,1)$. Deste modo a linha central e respetivos limites de controlo desta carta são dados por:

$$\begin{aligned} LSC_{MQ(\bar{X})} &= 3 \\ LC_{MQ(\bar{X})} &= 0 \\ LIC_{MQ(\bar{X})} &= -3 \end{aligned} \quad (2.162)$$

A análise da carta $MQ(\bar{X})$ é idêntica à carta $Q(\bar{X})$ univariada.

2.6.2.3. Capacidade Multivariada do Processo

É notória a falta de informação relativa à análise da capacidade do processo no estudo multivariado em situações que apresentam um número restrito de dados. Neste sentido, desenvolveu-se um método capaz de estudar a capacidade do processo e respetiva implementação nas cartas de controlo $MQ(X)$ de forma a retirar ilações desta matéria na leitura das cartas. Este método utilizado é baseado no vetor de capacidade multivariado proposto por Shahriari *et al.* (1995) no qual o vetor é composto por três componentes (C_{PM} , PV , LI).

O primeiro índice de avaliação da capacidade utilizado $(C_{PM})_{MQ}$, é uma relação entre os volumes de regiões referentes à especificação e ao processo, análogo ao índice C_{PM} , sendo tratado como um índice de capacidade potencial. O índice $(C_{PM})_{MQ}$ assenta no conceito explícito na equação (2.140), no entanto é necessário calcular este índice a cada instante r , devido ao facto desta carta representar a Fase I e Fase II simultaneamente o que conduz à estimativa do vetor $\boldsymbol{\mu}$ e da matriz das covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$ a cada instante. Posto isto o índice $(C_{PM})_{MQ}$ será definido por:

$$((C_{PM})_{MQ})_r = \frac{3}{1,33} \times \left(\frac{\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)_r}{\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i)_r} \right)^{\frac{1}{p}} ; i = 1, 2, \dots, p \quad (2.163)$$

Em que:

$$(LSP_i)_r = (\hat{\mu}_i)_r + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\mathbf{\Sigma}_i^{-1})_r}{\det(\mathbf{\Sigma}^{-1})_r}} ; i = 1, 2, \dots, p \quad (2.164)$$

$$(LIP_i)_r = (\hat{\mu}_i)_r - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \det(\mathbf{\Sigma}_i^{-1})_r}{\det(\mathbf{\Sigma}^{-1})_r}} ; i = 1, 2, \dots, p \quad (2.165)$$

Nas equações anteriores admite-se que:

- $\mathbf{\Sigma}_r$ matriz das covariâncias para as p características no instante r
- $(\mathbf{\Sigma}_i)_r$ matriz das covariâncias que se obtém excluindo a coluna i e linha i da matriz $\mathbf{\Sigma}_r$ no instante r
- $\det(\mathbf{\Sigma}_i^{-1})_r$ determinante da matriz inversa $\mathbf{\Sigma}_i$ no instante r
- $\chi_{\alpha;p}^2$ percentil à direita, para uma probabilidade de α , da distribuição χ^2 com p graus de liberdade

O primeiro termo da equação (2.163) encarrega-se de implementar o índice $(C_{PM})_{MQ}$ nas cartas MQ de maneira a que este seja visível e de fácil interpretação. Segundo Shahriari *et al.* (1995) o processo é potencialmente capaz caso $C_{PM} > 1,33$, assim elaborou-se a transformação matemática de modo a interpretar $(C_{PM})_{MQ}$ de forma análoga ao estudo univariado, no qual é considerado que o processo tem capacidade quando $(C_{PM})_{MQ} > 3$.

O índice PV_{MQ} serve para averiguar o desfasamento entre a estimativa do vetor médio do processo em cada instante $(\hat{\mu}_r)$ e o vetor dos valores nominais da especificação (vetor \mathbf{T}). Este indicador, em que N representa o número de observações usadas na estimação dos parâmetros, é dado por:

$$(PV_{MQ})_r = \frac{-3}{fpc} \times P\left(T_r^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} F_{p,N-p}\right) \quad (2.166)$$

À semelhança de $(C_{PM})_{MQ}$, o primeiro termo do índice PV_{MQ} desempenha a função de enquadrar este indicador na carta de controlo MQ . Desta forma, o valor -3 (valor idêntico ao LIC da carta MQ) representa também o limite definidor se o processo se encontra ou não centrado. Assim, se o valor de $PV_{MQ} < -3$ é seguro afirmar que o processo se encontra suficientemente centrado.

O fator de processo centrado (fpc) poderá adaptar-se dependendo da indústria e/ou exigências de segurança de algum processo em específico, onde esta técnica será aplicada. Assim, é necessário criar critérios de decisão coerentes com a realidade do mercado e definir a exigência do processo em análise. No entanto o autor da presente dissertação assume como regra geral que, um fator de processo centrado

igual ou superior a 0,9 (90%) é adequado para se considerar que o processo se encontra suficientemente centrado.

Para o cálculo deste índice, a estatística T_r^2 é determinada com base na estimativa do vetor média em cada instante ($\hat{\boldsymbol{\mu}}_r$), no vetor \mathbf{T} que caracteriza o valor alvo do processo e na estimativa da matriz das covariâncias em cada instante ($\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_r$). Em termos práticos $\boldsymbol{\mu}$ e $\boldsymbol{\Sigma}$ são variáveis desconhecidas, assim as suas estimativas são realizadas à medida que se insere uma nova observação pelo vetor $\bar{\mathbf{X}}_r$ ($\bar{\bar{\mathbf{X}}}_r$ no caso de se tratar de amostras com dimensão maior ou igual a 2) e pela matriz das covariâncias \mathbf{S}_r , para as p características da qualidade. A estatística T^2 é definida por:

$$T_r^2 = n(\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})' \mathbf{S}_r^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \quad (2.167)$$

Na equação anterior $\mathbf{T} = (T_1, T_2, \dots, T_p)'$, sendo T_j o valor nominal da característica da qualidade j .

A aplicação dos índices $(C_{PM})_{MQ}$ e PV_{MQ} facilitam a interpretação e aumentam a informação retirada das cartas de pequenas produções, com número insuficiente de dados para estimar os parâmetros do processo no estudo multivariado.

3. Caracterização da Empresa

3.1. Apresentação da Empresa Hempel (Portugal), Lda.

A Hempel (Portugal) Lda. é uma empresa do Grupo Hempel, sediada em Copenhaga, Dinamarca. O Grupo foi fundado em 1915 pelo Sr. J. C. Hempel com o objetivo de fabricar e comercializar tintas para o setor marítimo. Desde a sua fundação aumentou o seu campo de ação relativamente às áreas abrangidas e à sua expansão por todo o mundo.

Inicialmente, o único foco da organização era o setor marítimo, por esse motivo o antigo logótipo representado do lado direito da Figura 3.1 apenas fazia alusão à área marítima. À medida que a atividade da empresa se foi desenvolvendo, o conhecimento aumentou em diversas áreas e hoje a Hempel fornece uma vasta gama de soluções e serviços em setores como a indústria, anticorrosão, náutica de iates, decorativos e a construção civil. Devido às diferentes áreas onde a empresa se estabeleceu, não faria sentido manter a mesma imagem de marca com a qual foi fundada. Por essa razão, na celebração dos 100 anos da organização em 2015, foi apresentado o logótipo exibido do lado esquerdo da Figura 3.1, de forma a quebrar a imagem de exclusividade com o setor marítimo.



Figura 3.1 - Logótipo antigo (direita) e logótipo atual (esquerda)

Atualmente, com 28 fábricas, 48 escritórios de vendas, 15 centros de investigação e desenvolvimento (I&D), presença em mais de 80 países, cerca de 5 500 colaboradores e mais de 150 pontos de *stock*, o Grupo Hempel dedica-se à produção e comercialização de revestimentos por pintura para os diferentes mercados anteriormente mencionados.

A Hempel estabeleceu-se em Portugal com a designação “Hempel – Tintas Marítimas, Lda.” em 1970, ano em que a empresa contava apenas com 2 empregados situados na Lisnave, que servia de ponto de

stock. No ano de 1975 foi construída a fábrica “Hempatil – Fábrica de Tintas Anticorrosivos, Lda.”, resultante de uma sociedade estabelecida entre esta empresa e a “Sonatil – Sociedade Nacional de Tintas, Lda.”. Em 1987, a Hempel adquire e aglomera as três empresas constituindo assim a “Tintas Hempel (Portugal), Lda.”, designada atualmente por “Hempel (Portugal), Lda.”, onde as suas instalações atuais se encontram representadas na Figura 3.2 com sede em Palmela.



Figura 3.2 - Centro de produção e operações em Portugal

A unidade industrial portuguesa situa-se em Vale de Cantadores, Palmela, em terreno próprio com cerca de 41 000 m² de área, onde funciona a totalidade dos serviços da empresa (comerciais, administrativos, técnicos e fabris). Nestas instalações, em 2017, a produção total excedeu os 15 000 000 de litros, dos quais 85% com destino a exportação.

3.2. Estrutura Organizacional da Hempel

Para o bom funcionamento da empresa, é importante estabelecer uma estrutura coesa e bem definida, de modo a que os colaboradores tenham conhecimento do departamento onde estão inseridos, quem são os responsáveis diretos ou a quem têm de realizar o *report* e na situação de conflitos facilmente se estipula as medidas e ações a cumprir. A estrutura organizacional da empresa encontra-se representada no organograma na Figura 3.3.

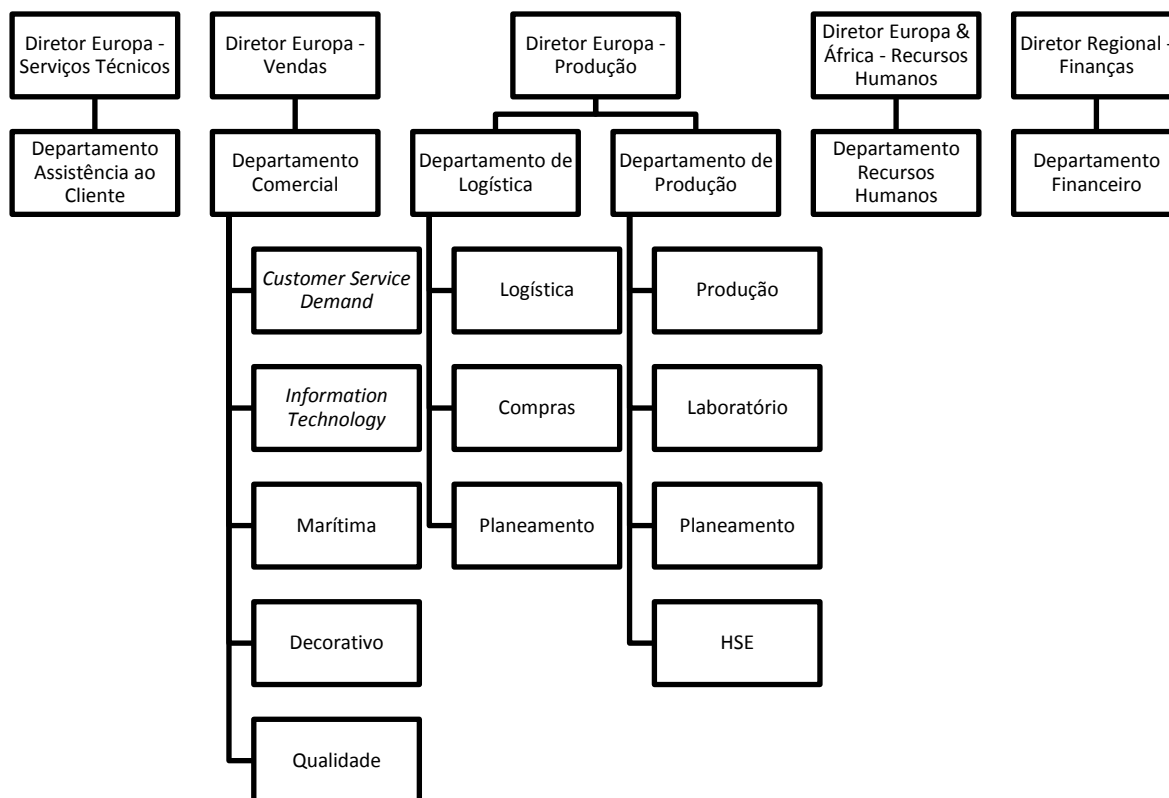


Figura 3.3 - Organograma representativo da Hempel em Portugal

O Grupo Hempel adotou uma estrutura organizacional em que, as suas fábricas não possuem um grupo administrativo responsável pela totalidade das operações numa só unidade industrial. Cada unidade de produção está organizada em diferentes setores, os quais possuem um diretor por departamento que comunicam diretamente com o responsável europeu. No decorrer do trabalho vai ser centrada a atenção no departamento de produção, composto pelas áreas de laboratório, de planeamento, de HSE e de produção. Será no setor de produção e de laboratório onde irei proceder à recolha de dados que me permitam analisar e avaliar o comportamento dos processos de enchimento e de produção de tintas.

3.3. Instalações da Hempel PT

A empresa em Palmela contém 41 000 m², dos quais aproximadamente 38 000 m² de área coberta. Dentro do recinto existem quatro zonas distintas, como é possível observar na Figura 3.4 onde cada uma engloba diferentes edifícios e infraestruturas de modo a facilitar procedimentos de produção e de segurança.

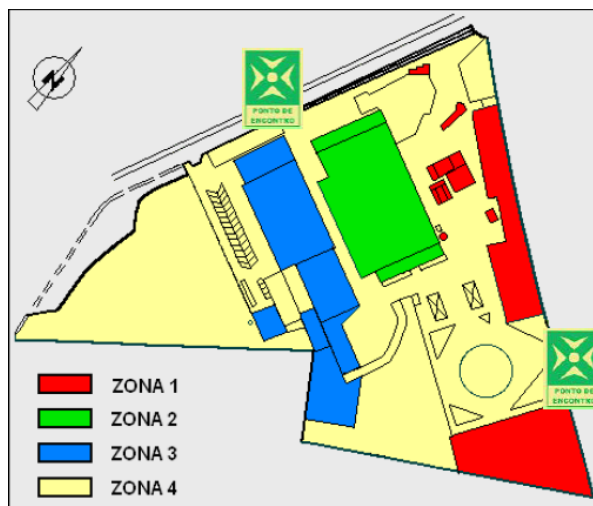


Figura 3.4 - Planta da unidade industrial portuguesa

A zona 1 diz respeito ao local de chegada do transporte, descarga da matéria prima e armazenamento da mesma. Nesta zona existe uma plataforma para tornar a tarefa de receção mais simples, localiza-se também aqui os depósitos de matéria prima a granel, de modo a assegurar uma descarga segura e a simplificar o processo de *picking* de elementos como o diluente ou resina, garantindo assim as condições necessárias para o armazenamento desses agentes químicos. Esta zona engloba ainda os armazéns de matéria prima, onde todos os produtos que são registados à entrada são devidamente acondicionados.

A zona 2 é a região correspondente à produção, local onde é realizado todo o processo de fabricação com o auxílio de equipamentos como balanças, dispersores, agitadores, tanques dispersores, moinhos de esfera horizontal e vertical, misturadores, máquinas de enchimento volumétricas e gravimétricas, paletizadores, rotuladores, entre outros equipamentos. Neste edifício de produção existe uma particularidade que é comum na indústria química, toda a área é abrangida por regras de proteção em atmosferas explosivas (ATEX), por esse motivo, equipamentos de proteção individual (EPI's) como botas antiestáticas, capacete e óculos de proteção são de carácter obrigatório. Ainda nesta zona está envolvido o laboratório, local que dá apoio em várias fases da produção, desde a emissão da ordem de fabrico até ao momento anterior à armazenagem ou expedição.

A zona 3 envolve, ainda do setor de operações a logística, onde se desenrola todo o processo de armazenagem de produto acabado até à sua expedição. Está também inserida nesta zona os serviços administrativos, englobando a parte financeira e todo o processo de venda, a manutenção, onde é prestado auxílio à produção em caso de anomalia num qualquer equipamento, a ETAR que a empresa possui dentro das instalações e o refeitório.

A zona 4, ainda dentro das instalações da Hempel, diz respeito a todos os acessos exteriores que os colaboradores e veículos, tais como empilhadoras e camiões de transporte, utilizam.

3.4. Certificações e Distinções

Desde 2001 que a Hempel tem vindo a implementar sistemas de gestão caracterizados por medidas e planos de ação apropriados, que vão ao encontro das normas legais atualmente em vigor. A empresa coordena diferentes sistemas de gestão, onde possui certificados em diferentes áreas, nomeadamente:

- Sistema de Gestão da Qualidade (SGQ), onde é garantido que todos os produtos fabricados na empresa se regem por elevados padrões de qualidade em conformidade com a NP EN ISO 9001:2015, assegurando assim uma maior probabilidade de sucesso em satisfazer as necessidades dos seus clientes;
- Sistema de Gestão Ambiental (SGA), no qual existe preocupação na minimização do impacto ambiental, sendo impostos regras internas, com retornos a médio e longo prazo, regulados pela NP EN ISO 14001:2015;
- Sistema de Gestão de Saúde e Segurança no Trabalho (SGSST), onde a Hempel demonstra um sentido de responsabilidade máximo pelos seus trabalhadores, devido à natureza da indústria química que obriga à implementação de medidas rigorosas. Nesse sentido, foram definidos padrões assentes na Norma OHSAS 18001:2007 e também na Diretiva Seveso que diz respeito à prevenção de acidentes graves.

Como parte do cumprimento das diferentes normas legais, existem auditorias periódicas às instalações fabris, onde as entidades devidamente certificadas para o efeito, avaliam se a empresa é respeitadora do protocolo em análise e aprovam a sua conformidade.

Estes procedimentos estão englobados num Sistema de Gestão Integrado (SGI) desenvolvido pela organização, de forma a uniformizar todas as regras e planos de ação nas diversas fábricas à responsabilidade do Grupo Hempel, de modo a apresentar conformidade com os requisitos legais relativos à Qualidade, Ambiente, Saúde e Segurança, Prevenção de Acidentes Graves, às suas Políticas e com o intuito de melhorar continuamente a eficácia dos seus processos.

Ainda no âmbito da segurança no trabalho, a organização recebeu diversos prémios enaltecendo as boas práticas implementadas no ambiente industrial da empresa, entre as distinções destacam-se o certificado de boas práticas “Dangerous Substances – Handle with Care” e o galardão “Segurança Total”.

3.5. Produtos da Hempel PT

A fábrica localizada em Portugal é, dentro do Grupo Hempel na Europa, a maior produtora de itens individuais. No setor de enchimento, a empresa comercializa mais de 60 volumes diferentes, desde os

90mL aos 10 000L, consoante a função da tinta e a necessidade dos clientes. No ano de 2017 ultrapassou-se a barreira dos 1 000 artigos produzidos, o que demonstra a dedicação e agilidade desta unidade fabril em servir com brio e qualidade os seus clientes. Todos estes factos são indicadores da dimensão financeira e de manufatura das instalações em Palmela.

A organização conta com uma forte presença em diferentes mercados relativos à sua indústria, representados na Figura 3.5. Devido a essa presença, a marca apresenta os seus produtos nestas 5 categorias de modo a facilitar a tarefa de decisão do cliente.



Figura 3.5 - Mercados onde a Hempel marca presença

Dentro de cada categoria, existem imensos artigos que vão ao encontro da necessidade do cliente. Vários fatores podem afetar a decisão do cliente, entre os quais a sua cor, o tipo de material onde irá ser aplicada a tinta, qual a função que o produto vai desempenhar, características anticorrosivas, entre outros fatores existentes.

Deste modo, a Hempel consegue captar um maior número de clientes devido ao leque de especificações oferecidas, que possibilitam a oferta de um produto que vai ao encontro das exigências do consumidor.

3.6. Processo Produtivo

3.6.1. Introdução

Para a produção de tintas de qualidade é necessário definir regras e etapas de modo a obter fiabilidade e uniformização do processo. É importante realçar que, dependendo da função de cada produto, as fases de fabricação podem ser distintas, o que conduz a diferentes períodos de produção. Na Figura 3.6 é possível observar um esquema simplista do processo de fabricação de tintas em geral, tendo em conta que certos tipos de tinta têm um tratamento ligeiramente diferente. A representação exibida pode não coincidir com a realidade de vários produtos.

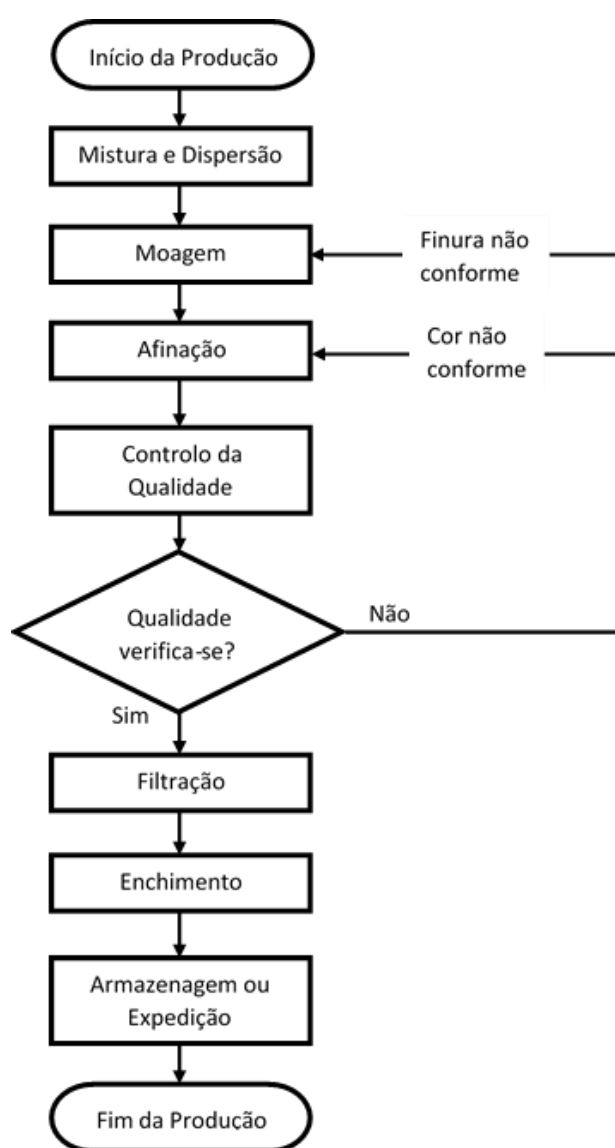


Figura 3.6 - Fluxograma de produção de tinta

Encontra-se, na figura II.1 no Anexo II, um esquema representativo do processo detalhado do processo real, incluindo controlos de qualidade à matéria prima.

Envolvido nas diferentes etapas, está o laboratório que é uma das partes bastante ativa no processo produtivo, sendo indispensável a sua colaboração e feedback no desenrolar do mesmo. Diferentes aplicabilidades da tinta requerem atenção com propriedades diferentes na qualidade de cada uma, por esse motivo é determinante a correta medição dos valores das várias características inerentes ao produto, tais como a densidade, o escorrimento, a viscosidade, o tempo de secagem, o grau de moagem, o contraste em cartolina, o brilho, a cor, entre outras.

Os testes decorrem no laboratório, onde está criado um ambiente propício à correta realização de diferentes ensaios, e neste local encontram-se todos os equipamentos necessários para efetuar os ensaios essenciais que conduzam à aprovação do produto. Devido à natureza de certos testes, a duração dos mesmos pode ser de meros minutos até mais de 2 dias, que vai influenciar o período de finalização dos produtos em fabrico e pode criar filas de espera na utilização de equipamentos.

3.6.2. Matérias Prima

Para garantir a qualidade do produto acabado, o Grupo Hempel tem uma listagem de todas as matérias prima, de diferentes fornecedores, que foram verificadas e aprovadas pelo centro de I&D principal. Apenas as matérias prima devidamente autorizadas podem ser adquiridas pelo departamento de compra nas várias fábricas da Hempel. Ainda assim, aquando da sua chegada ao cais de descarga, as matérias prima possuem um certificado de análise para assegurar a sua qualidade, e no caso de alguns produtos que sejam considerados críticos é recolhida uma amostra de modo a verificar a qualidade dos mesmos e prevenir possíveis complicações no produto final.

3.6.3. Picking e Pesagem

Após a emissão da ordem de fabrico, por parte do departamento de planeamento, inicia-se o processo de *picking* no qual todas as matérias prima necessárias são colocadas numa palete, à exceção dos *big-bags* (cargas de peso elevado), onde apenas é feito o *picking* no momento da mistura da tinta. Devido à embalagem das matérias prima ser *standard*, na maior parte das vezes é necessário recorrer à realização de contrapesos, onde as quantidades requeridas para o fabrico da tinta são menores que as embalagens comercializadas pelos fornecedores. Nesta operação são feitas medições das quantidades certas com o auxílio de uma balança devidamente calibrada pelo Instituto Português da Qualidade (IPQ) ou por um Organismo de Verificação Metrológica (OVM) reconhecido pelo IPQ. Essa balança tem por cima um sistema de sucção de forma a aspirar as partículas libertadas no ato da pesagem, para garantir a segurança e higiene no posto de trabalho.

Relativamente às matérias prima em estado líquido como a água, solventes, diluentes ou resinas, normalmente são adicionadas no início da produção da tinta através de tubagens instaladas para o efeito, caso não se justifique esta metodologia devido às quantidades do lote ou simplesmente por motivos de eficiência, é feito o processo idêntico ao descrito anteriormente, onde se procede ao contrapeso em bidons.

Após a pesagem, a paleta com as matérias prima preparadas para consumo é acondicionada nos *racks* para o efeito, onde aguardará até começar a produção, consoante a informação de urgências comunicada pelo planeamento.

3.6.4. Mistura e Dispersão

Dependendo da quantidade e características de determinado produto, o departamento de planeamento analisa qual a máquina indicada para a produção do mesmo.

Em termos de capacidade existem duas hipóteses distintas, na qual se diferenciam os recipientes de menor dimensão, os tanques portáteis representados na Figura 3.7, em ambiente industrial designados por “carros”, onde chegam a suportar até 2 000 L e a sua principal valência é a mobilidade, permitindo uma maior flexibilidade na alocação de produções aos agitadores disponíveis.



Figura 3.7 - Tanque portátil

Os recipientes de maior dimensão denominados de tanques dispersores, observado na Figura 3.8 são normalmente utilizados quando a quantidade excede os 2 000L, onde alguns tanques suportam cargas máximas de 10 000L.



Figura 3.8 - Tanque agitador

É necessário seguir as instruções explícitas na formulação, onde se adiciona as matérias prima e se procede ao processo de mistura no tanque dispersor. Nesta fase, é importante garantir que as matérias adicionadas são rapidamente misturadas, de forma a não existir perdas para a atmosfera e assim criar uma pasta.

No caso do tanque portátil os processos de mistura e de dispersão da tinta até esta ficar homogeneizado são realizados num agitador, como o exibido na Figura 3.9, onde após efetuada a mistura originando uma pasta, o processo de dispersão da tinta é feito aumentando a velocidade de rotação da haste, conduzindo à formação de um líquido homogêneo. Esta etapa pode também ser considerada de moagem, apesar da moagem realizada com estas máquinas não apresentar uma finura (dimensão da partícula) aceitável para muitas tintas, pois diversos produtos exigem um grau de moagem, medido em microns, inferior ao que esta máquina consegue alcançar.



Figura 3.9 - Agitador para tanques portáteis

Nas situações onde são utilizados os tanques dispersores, o processo de homogeneização da tinta é executado nos tanques agitadores, representado na Figura 3.10.



Figura 3.10 - Tanque agitador

A avaliação do laboratório relativa à finura da tinta vai ditar o rumo do produto, pois o processo de moagem em equipamentos dedicados à diminuição da espessura, apenas é efetuado quando estritamente necessário, de modo a diminuir o tempo de ciclo do produto.

3.6.5. Moagem

Como referido anteriormente, vários produtos requerem uma moagem adicional de forma a conseguir alcançar os valores de finura exigidos. Esta etapa é realizada em máquinas específicas de moagem, especificamente em moinho de esferas vertical, equipamento ilustrado na Figura 3.11, onde o processo tem como princípio misturar a tinta com microesferas de ferro ou cerâmica, com diâmetros próximos de 1 mm e agitar o seu conteúdo de modo a provocar a fricção entre esferas e consequentemente a desintegração de pequenas massas de pigmentos na tinta ainda existentes, obtendo assim a finura desejada.



Figura 3.11 - Moinho de esferas vertical

Este processo pode ser bastante moroso e por vezes a mesma tinta necessita de passar num moinho de esferas mais que uma vez, o que aumenta significativamente o tempo de ciclo do produto.

3.6.6. Mistura Final / Let-down

Após a obtenção da finura é iniciada a etapa de mistura final, designada por “*Let-down*”, na qual se adicionam os componentes remanescentes indicados na ordem de fabrico, de modo a ir ao encontro dos parâmetros e propriedades desejadas no produto.

3.6.7. Afinação

Este é um processo necessário para garantir que existe uma correspondência rigorosa entre a cor exigida pelo cliente e a cor da tinta produzida. Em vários projetos marítimos, de construção civil ou até

decorativos, este fator é crucial para a satisfação do cliente. Uma ligeira diferença entre a cor de lotes diferentes do mesmo produto, é facilmente detetável e suscetível de reclamação, para além de afetar a imagem de qualidade da Hempel. Por esse motivo, proceder ao ajuste de cor na parte final da produção é uma prática comum.

Neste processo, é inevitável a utilização de pastas corantes, pois a correção é feita com as mesmas. Constituídas por apenas um tipo de pigmento de coloração, não podem ser aplicadas em produtos com diferentes características, pois pode provocar reações químicas não desejadas e arruinar o lote inteiro, por esse motivo existem diferentes pastas corantes da mesma cor.

Na afinação existem duas metodologias distintas de realizar o ajuste de cor, onde uma delas se baseia na experiência profissional dos operadores que executam a tarefa. A “coloração a olho” é feita manualmente e o conhecimento do responsável vai determinar qual a quantidade a adicionar de pasta corante, no qual este processo se repete até a pessoa considerar que a cor está aceitável, sendo assim enviada uma amostra para laboratório para análise e aprovação.

No ajuste de cor por computador, como o próprio nome indica, um computador de cores procede à análise da cor do produto, onde é recomendado uma certa quantidade de pasta corante. Este método é bastante mais fiável e despende menos tempo.

Um dos cuidados a ter, independentemente da metodologia utilizada, é o excesso de quantidade adicionada pois pode conduzir a danos irreversíveis no lote e consequente prejuízo para a empresa.

3.6.8. Controlo da Qualidade

O laboratório é o principal responsável por garantir que todos os itens relacionados com a qualidade são devidamente analisados e cumpridos. Atendendo à descrição das diferentes etapas do processo produtivo, é notória a importância do controlo de qualidade nas mesmas.

Após a conclusão do produto, uma amostra representativa do lote é recolhida para ser submetida a diversos testes em equipamentos devidamente calibrados pelo IPQ ou um OVM. A empresa tem capacidade para avaliar as características relevantes consoante a aplicabilidade de cada tinta, sendo que a unidade fabril portuguesa tem ao seu dispor dezenas de ensaios distintos. As durações desta etapa de controlo diferem conforme os ensaios a realizar.

Existem testes que, independentemente do produto, são necessários realizar para comprovar a qualidade da tinta. Alguns dos ensaios mais recorrentes são a densidade, a viscosidade e o escorrimento, pelo que por essa razão a grande maioria dos fabricos possuem dados dessas propriedades e por esse motivo uma das partes do estudo de caso desta dissertação vai incidir sobre estas características.

A análise do laboratório vai determinar se o produto cumpre com os intervalos de especificação de cada característica e o lote é aprovado conforme os resultados. Apenas o laboratório tem autorização para emitir ordens de enchimento quando é verificada a aceitação dos requisitos, caso o lote não esteja em conformidade, os mesmos decidem quais as medidas corretivas a aplicar.

3.6.9. Correção de características do produto

Esta etapa apenas ocorre no caso do lote sujeito a controlo ter sido rejeitado. Nessa situação procede-se à adição dos componentes indicados pelo laboratório, e após mistura e alcance de homogeneização é recolhida nova amostra de tinta para posterior análise. Em caso de nova rejeição do lote, repete-se o procedimento até obter a conformidade do lote.

3.6.10. Filtração e Enchimento

Quando existe o reconhecimento de conformidade do lote, significa que este passa a aguardar indicação do responsável de enchimento para se iniciar o processo.

No processo habitual de produção é normal existir impurezas que entram durante a realização do lote ou que ocorram pequenos incidentes. De modo a impedir que situações deste género interfiram com a qualidade da tinta, é importante delinear diferentes métodos de filtração para minimizar ao máximo esta anomalia.

Neste seguimento foram estabelecidas duas formas de atuação. No momento de enchimento, quando os operadores fazem a ligação do tanque à máquina de enchimento por intermediação de uma bomba de alta pressão conectada às extremidades por mangueiras, é colocado um filtro de bolsa, representado na Figura 3.12, na bomba de modo a realizar a tarefa pretendida.



Figura 3.12 - Filtro de bolsa

Na extremidade da máquina de enchimento por onde é expelida a tinta para a lata, denominada de chuveiro, é obrigatório colocar um pequeno filtro onde a eficiência do mesmo (dimensão das partículas filtradas, em microns) é definida pelo laboratório.

A zona de enchimento está localizada no piso inferior da fábrica para, sempre que possível, tirar proveito da ação da gravidade e reduzir ou facilitar o manuseamento de bombas de alta pressão para conduzir a tinta do tanque agitador ou tanque portátil até à respetiva linha de enchimento.

Nesta zona, existe a área de enchimento semiautomático, onde a intervenção humana apenas é necessária para a reposição de latas na linha, colocação das tampas, ajustes esporádicos no nível de enchimento da máquina e eventuais ocorrências no funcionamento da linha. O facto de duas das oito linhas, nesta região, funcionarem para enchimentos até 5 litros, exige que a oscilação do processo nessas linhas seja mínima, por esse motivo possuem máquinas de enchimento volumétricas, como a apresentada na Figura 3.13, que se caracteriza por um êmbolo que exerce força sobre uma quantidade de líquido previamente configurada de forma a conter o volume desejado. Este sistema de enchimento confere a este tipo de máquinas uma menor variação no enchimento e maior estabilização relativamente à quantidade nominal da lata.



Figura 3.13 - Máquina de Enchimento Volumétrica

Nas restantes linhas, normalmente para enchimento de latas entre os 2,5 e os 20 litros, são utilizadas máquinas de enchimento gravimétricas, idênticas à ilustrada na Figura 3.14, onde é inserido o peso nominal das latas e conforme esse valor, o equipamento, que tem uma balança incorporada calibrada pelo IPQ ou por um OVM, finaliza o enchimento quando esta alcança o peso desejado. Nestas linhas existe uma maior dispersão de valores comparativamente às linhas volumétricas.



Figura 3.14 - Máquina de Enchimento Gravimétrica

Todos os enchimentos realizados na fábrica são submetidos a três controlos durante o processo, com o objetivo de garantir a qualidade de todos os artigos expedidos. Este controlo apenas é referente à cor, pois na presença de uma contaminação devido à defeituosa lavagem de mangueiras, bombas de alta pressão ou máquinas de enchimento, a tinta pode sofrer alteração na tonalidade da tinta consoante a cor do produto anterior.

O controlo mais importante é o executado no início do enchimento, pois caso se esteja na presença de uma contaminação, essa é imediatamente identificada e assim procede-se a uma nova lavagem em todos os equipamentos, evitando assim possíveis reclamações, perda de clientes e também a destruição de um lote de fabrico. Os restantes controlos são efetuados a meio e no fim do enchimento, onde as três amostras são comparadas para se aferir que não houve alteração na cor, influenciado por um fator externo incontroável, e assim receber a aprovação para expedição.

Esta zona conta ainda com a intervenção de 2 paletizadores, afetos às 8 linhas disponíveis, que tratam do acondicionamento das latas nas paletes.

Na área de enchimento manual é necessário a intervenção humana ao longo de todo o processo, desde a filtração até à disposição das latas na palete. Este setor é, evidentemente, aquele que está sujeito a uma maior variação no volume das latas, pois esta ação é executada pelo operador.

Antes do início do enchimento, todas as latas são rotuladas com a informação necessária sobre a composição da tinta, os perigos e cuidados a ter no manuseamento da mesma e a quantidade nela contida.

Uma das partes da presente dissertação terá lugar na zona de enchimento, visto que o volume de enchimento das embalagens será objeto de estudo e a recolha de dados será realizada nesta secção da empresa. No entanto, as máquinas volumétricas (Figura 3.13) presentes nas linhas 1 e 2, não serão alvo de estudo devido à natureza dos equipamentos, que se caracteriza por encher latas de quantidades reduzidas, nunca superiores a 5L.

3.6.11. Lavagem

Esta é uma das etapas mais importantes para garantir a qualidade de todos os produtos comercializados pela Hempel, onde a defeituosa lavagem de um qualquer equipamento pode conduzir a consequências desastrosas tais como a danificação do lote ou a possível expedição de um lote não conforme para o cliente.

3.6.12. Trasfegas

Na presença da não conformidade de uma ou mais paletes, na qual as latas não se apresentam em condições de iniciar o processo de expedição, é realizada a trasfega que permite substituir essas latas por outras imaculadas.

3.6.13. *Multitint*

O *Multitint* (MTT) tem como conceito a adição de pastas corantes a uma tinta base previamente fabricada, para obter a cor exigida pelo cliente, ou seja, são produzidas bases distintas com diferentes aplicabilidades, opacidades e índices de brancura.

Dependendo da cor a conceber, é seguida a formulação já definida e a máquina *Multitint*, apresentada na Figura 3.15, adiciona as pastas corantes indicadas pelo *software* em quantidades exatas. Seguidamente um agitador de *Multitint* exerce na lata movimentos de rotação em torno de um eixo vertical e de um eixo horizontal ao solo, com o intuito de garantir a homogeneização da tinta. Caso não haja formulação para a cor em questão, é função do laboratório desenvolver o estudo para a obtenção da mesma.

A prática de MTT surge da necessidade de responder às pequenas encomendas do mercado local, onde não se justifica a utilização de equipamentos e recursos humanos para a produção de quantidades reduzidas.



Figura 3.15 - Máquina *Multitint*

Nesse sentido, implementou-se o sistema de MTT no qual se reduz o tempo de resposta ao cliente, evita atrasos de encomendas de maior dimensão e aumenta a eficiência da gestão de recursos disponíveis.

4. Estudo de Caso

4.1. Introdução

O presente capítulo apresenta todas as etapas realizadas pelo autor relativamente à aplicação prática na empresa, Hempel, descrita no Capítulo 3. As diferentes fases assentam nos conceitos mencionados no Capítulo 2.

O estudo de caso engloba duas áreas distintas do processo produtivo, primeiramente o processo de produção da tinta até ao momento antes de esta ser sujeita a um controlo de qualidade e posteriormente à aprovação da conformidade do lote de tinta, o processo de enchimento. Neste âmbito, foram recolhidos dados que permitam aplicar diferentes ferramentas do *SPC*.

Com este projeto pretende-se realizar comparações entre metodologias diferentes, pertencentes à área do *SPC*, observar e compreender as diferenças existentes entre as mesmas, avaliar estatisticamente os processos atualmente em funcionamento e identificar possíveis ações corretivas no processo produtivo.

4.2. SPC aplicado ao processo de produção da tinta

4.2.1. Metodologia

Para iniciar esta etapa do estudo, é necessário definir que informação irá ser recolhida e que possibilidades existem de reunir esses dados. Para o processo de produção da tinta, ou seja, após esta já estar num estado considerado homogéneo, segundo a Figura 3.6, o produto irá ser submetido ao controlo de qualidade, etapa obrigatória a todos os fabricos realizados nas instalações fabris. Essa informação é guardada no sistema interno da empresa, de modo a que os centros I&D possam aceder aos testes realizados a cada tinta. Deste modo, a recolha de dados torna-se mais simples tendo acesso à base de dados da Hempel.

Nesta vertente do estudo foram selecionados 9 produtos, identificados por letras de A a I de modo a manter a confidencialidade, os quais apresentam uma cadência de produção baixa e por essa razão o número de dados disponíveis não é suficiente para se estimar devidamente os parâmetros do processo (média e desvio padrão). Os 9 produtos escolhidos na análise cumprem o requisito de existir a realização de testes às três características da qualidade definidas (densidade, viscosidade, escorrimento), de modo a ser possível incluir todos os artigos numa mesma carta de controlo e facilitar a interpretação e comparação entre artigos. Outro dos critérios foi o facto de serem relevantes financeiramente para a

empresa. Posto isto e para não enviesar a escolha dos produtos, os mesmos foram selecionados aleatoriamente, desde que respeitassem os requisitos mencionados. O número de produtos em estudo surge da necessidade de demonstrar diversidade, sendo mais provável encontrar diferentes tipos de situações, e conceder uma maior robustez ao estudo. Por outro lado, elementos em demasia não iriam promover um aumento na mais-valia do projeto porque esse acréscimo apenas significaria um esforço matemático adicional, não complementando assim em termos de interpretações distintas.

Como referido anteriormente, a produção é feita por lotes, pelo que os dados recolhidos não poderão ser agrupados em subgrupos racionais, estando-se em presença de observações individuais, dado que as características da qualidade em estudo referem-se a propriedades químicas dos produtos. Na implementação do *SPC*, dado o número reduzido de dados recolhidos, há a necessidade de aplicação do método desenvolvido por Charles Quesenberry, que consiste na transformação da característica da qualidade X numa variável adimensional Q , a qual demonstra ser mais apropriada a este tipo de produções (*short runs*). Daí terem sido adotadas, no estudo univariado, as cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ às 3 características em estudo, nomeadamente a densidade, a viscosidade e o escorrimento.

De modo a possibilitar a comparação entre diferentes ferramentas do *SPC*, foram também implementadas cartas de controlo multivariadas $MQ(X)$ considerando ainda a densidade, viscosidade e escorrimento. Desta forma, o estudo de caso revela o confronto de resultados de ambas as ferramentas, permitindo analisar a facilidade de leitura e a sensibilidade das cartas aplicadas em contexto fabril. Note-se que foi considerado que os dados recolhidos relativos a todos os 9 produtos presentes nesta análise são independentes e identicamente distribuídos, de forma a não existir restrições à elaboração das cartas de controlo.

Nesta fase, foram considerados dados relativos às amostras recolhidas ao longo de um período de 7 meses tendo início a 1 de outubro de 2017. O *software* utilizado para a construção das cartas aplicadas foi o *Microsoft Office – Excel*.

4.2.2. Análise Univariada – Cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$

Após a recolha dos dados relativos às amostras, iniciou-se a elaboração das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para os 9 produtos diferentes. Ao longo do período previamente referido, verifica-se uma procura distinta consoante o produto analisado e por esse motivo existem cartas de controlo com 8 amostras e outras com 16 amostras. Cada amostra representa um lote de fabrico e é relevante realçar que, apesar de geralmente os fabricos do mesmo produto serem em igual quantidade, não significa que cada lote corresponda a uma litragem definida, ou seja, 2 amostras do mesmo produto podem não corresponder a medidas iguais. Os ajustes nas quantidades de matérias prima e no processo em si são realizados pelo laboratório com a colaboração do centro de I&D.

A metodologia de implementação do *Short Run SPC* pressupõe a construção de cartas de controlo adimensionais contemplando todos os produtos (no caso vertente, constroem-se cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para cada uma das características da qualidade (densidade, viscosidade e escorrimento) contemplando todos os 9 produtos em estudo). Estas cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ são apresentadas no anexo III. No entanto, para melhor compreensão da aplicação da metodologia, com a consequente interpretação das cartas de controlo, apresenta-se neste subcapítulo as cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ apenas para o produto B da característica Densidade.

Os valores das estatísticas destas cartas são determinados a partir das equações (2.97) e (2.98). Os índices de capacidade do processo, Q_I e Q_S , representados nas cartas $Q(X)$ são traduzidos respetivamente pelas equações (2.110) e (2.111). Ao reproduzir Q_I e Q_S em cada instante r , é necessário utilizar as estimativas dos parâmetros do processo nesse mesmo instante, dadas pelas equações (2.93) e (2.114), considerando $k = 1,33$. Todos os cálculos foram efetuados recorrendo ao *software Excel*, e encontram-se nas tabelas do anexo III para consulta.

Na elaboração de todas as cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ é assumido que os dados são independentes e identicamente distribuídos. Relativamente à Normalidade dos dados, devido ao número reduzido de dados seria inadequada a determinação da Normalidade, sendo que o resultado poderia induzir em erro o autor e enviesar o estudo.

Apresenta-se na figura 4.1 a carta $Q(X)$ e na figura 4.2 a carta $Q(MR)$ relativas à densidade do produto B, onde as amostras deste produto e dos restantes estão ordenadas cronologicamente.

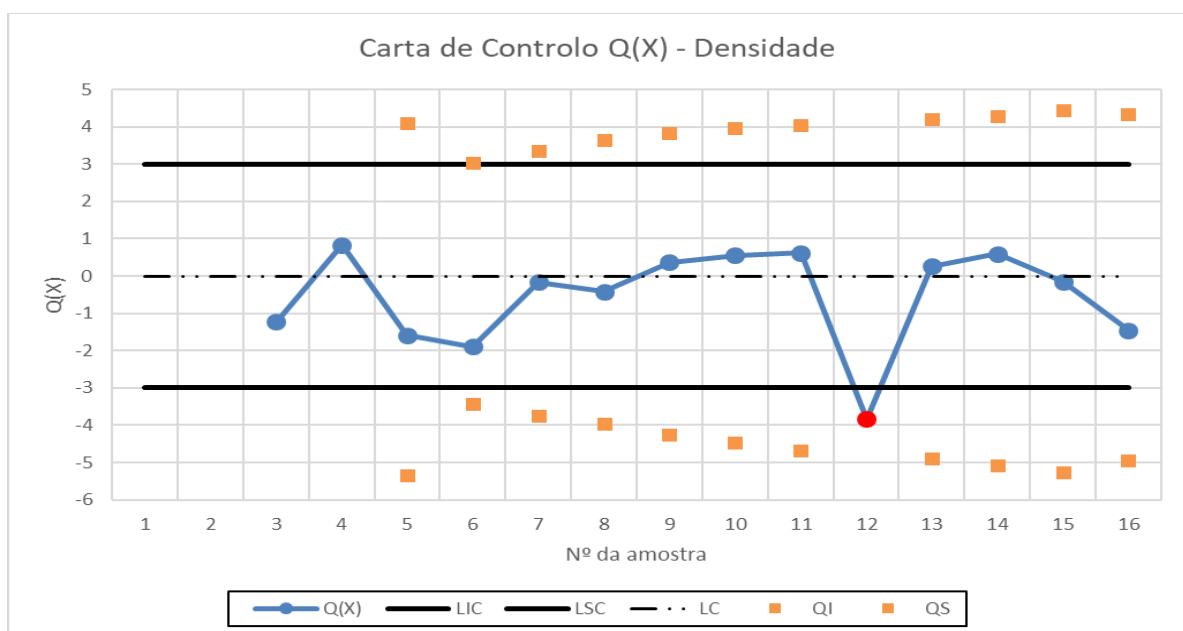


Figura 4.1 - Carta $Q(X)$ do produto B para a característica Densidade

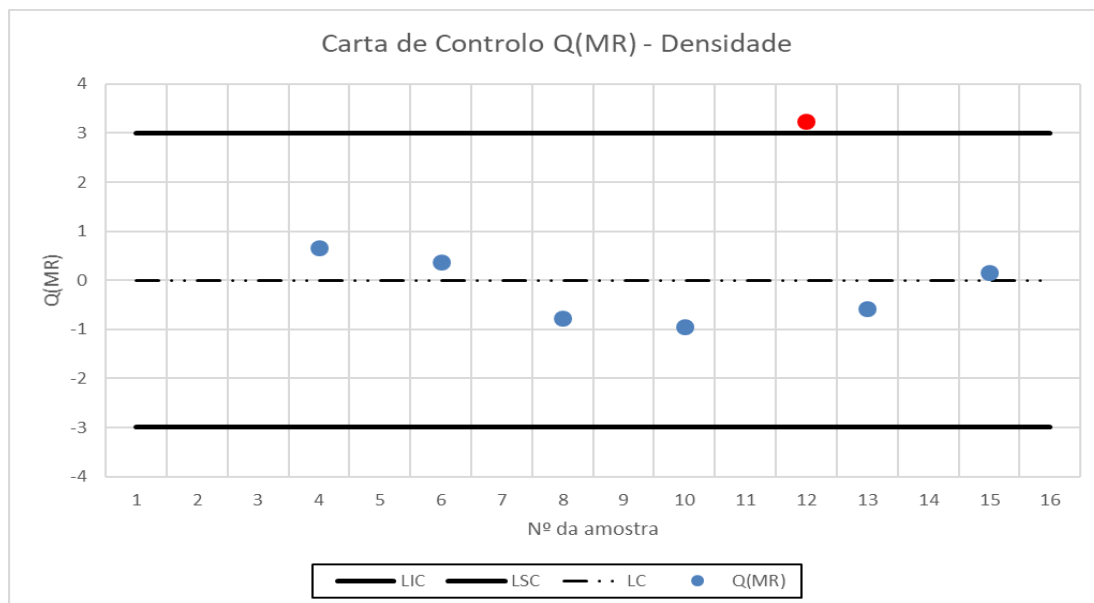


Figura 4.2 - Carta $Q(MR)$ do produto B para a característica Densidade

Conforme sugestão de Quesenberry (1997), foi definida a utilização de ambas as regras 1 e 6, mencionadas no Capítulo 2, para a interpretação das cartas $Q(X)$ de modo a aumentar a sensibilidade na deteção de causas especiais de variação. Para as cartas $Q(MR)$, o autor da presente dissertação apenas se regueu pela deteção da regra 1, devido ao reduzido número de pontos que a transformação na equação (2.98) impõe.

Ao observar as cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ verifica-se a presença de uma causa especial de variação na amostra 12 em ambas as cartas, indicando assim a necessidade de identificar a causa desta anomalia e corrigir o processo. Este procedimento deve ser realizado sempre que é localizado uma causa especial de modo a evitar novos alertas e possíveis perdas de qualidade no produto ou até danos em equipamentos.

Relativamente à capacidade do processo é possível constatar que este demonstra possuir aptidão para produzir de acordo com os limites de especificação exigidos. No entanto o processo nunca se encontra suficientemente centrado, significa isto que ao comparar os índices de capacidade inferior (Q_I) e superior (Q_S), estes não se apresentam valores simétricos. Sendo habitual nesta metodologia, não faz sentido calcular a capacidade no instante 12, nem tão pouco estimar os futuros parâmetros deste processo utilizando os dados que contribuíram para a existência da causa especial. Sempre que se presenciar a omissão dos índices de capacidade na carta de controlo $Q(X)$, como é o caso das amostras 3 e 4 onde não existe transgressão das regras 1 e 6, depreende-se que os valores dos índices apresentam valores maiores dos do intervalo da carta $Q(X)$ definido. Neste exemplo, com o auxílio da tabela III.4 do anexo III, verifica-se que o valor de $(Q_I)_3 = -7.37$, $(Q_S)_3 = 5.41$, $(Q_I)_4 = -7.73$ e $(Q_S)_4 = 5.32$, sendo que a carta de controlo apenas apresenta valores de $Q(X)$ pertencentes ao intervalo $[-6;5]$.

A análise dos valores das estatísticas $Q(X)$ e $Q(MR)$, por característica da qualidade e produto é apresentada na Tabela 4.1 (densidade), Tabela 4.2 (viscosidade) e Tabela 4.3 (escorrimento).

Tabela 4.1 - Análise das cartas $Q(X)/Q(MR)$ para a característica Densidade de todos os produtos

Produto	Nº amostra	Ocorrência na carta $Q(X)$	Ocorrência na carta $Q(MR)$	Ação
B	63	1 ponto abaixo do LIC $Q(X) = -3,86$	1 ponto acima do LSC $Q(MR) = 3,22$	Identificar causa e corrigir processo
D	77	Processo sem capacidade $Q_L = -2,29$ e $Q_S = 2,48$	-	Identificar causa e corrigir processo; Reiniciar estudo

Tabela 4.2 - Análise das cartas $Q(X)/Q(MR)$ para a característica Viscosidade de todos os produtos

Produto	Nº amostra	Ocorrência na carta $Q(X)$	Ocorrência na carta $Q(MR)$	Ação
B	12	1 ponto abaixo do LIC $Q(X) = -3,20$	-	Identificar causa e corrigir processo
	22	1 ponto abaixo do LIC $Q(X) = -3,57$	-	Identificar causa e corrigir processo
E	70	1 ponto abaixo do LIC $Q(X) = -3,47$	-	Identificar causa e corrigir processo
G	46	1 ponto abaixo do LIC $Q(X) = -3,50$	-	Identificar causa e corrigir processo
	48	1 ponto acima do LSC $Q(X) = 4,35$	-	Identificar causa e corrigir processo
	71	1 ponto acima do LSC $Q(X) = 3,69$	-	Identificar causa e corrigir processo

Tabela 4.3 - Análise das cartas $Q(X)/Q(MR)$ para a característica Escorrimento de todos os produtos

Produto	Nº amostra	Ocorrência na carta $Q(X)$	Ocorrência na carta $Q(MR)$	Ação
E	70	Processo sem capacidade $Q_L = -2,90$	-	Identificar causa e corrigir processo; Reiniciar estudo

Após a elaboração das cartas $Q(X)$ e $Q(MR)$ para as três características da qualidade em estudo, pode-se observar diversas situações distintas nos processos. Relativamente à interpretação das cartas de controlo, os produtos A, C, F, H e I não apresentam qualquer causa especial de variação tanto na média como na dispersão. No entanto alguns produtos demonstram a presença de cenários que, apesar de não infringir nenhuma regra, alertam para a eventual perda de capacidade de produzir de acordo com as especificações definidas. Neste contexto encontram-se os produtos C, F e H que embora não ilustrem nenhum alarme seguindo a metodologia, exibem capacidades próximas do limiar da conformidade. Na Tabela 4.4 apresentam-se quais as situações nas cartas $Q(X)$ que evidenciam esta realidade.

Tabela 4.4 - Capacidade do processo próximo do limiar da aceitabilidade

Produto	Característica	Nº Amostra	Valor da capacidade do processo
B	Densidade	22	$(Q_S)_{22} = 3,04$
	Viscosidade	43	$(Q_S)_{43} = 3,03$
C	Viscosidade	28, 29	$(Q_S)_{28} = 3,00$; $(Q_S)_{29} = 3,02$
F	Viscosidade	7	$(Q_S)_7 = 3,04$
	Escorrimento	51	$(Q_S)_{51} = 3,05$
G	Densidade	46	$(Q_I)_{46} = -3,02$
H	Densidade	37	$(Q_S)_{37} = 3,02$
	Escorrimento	37	$(Q_S)_{37} = 3,01$

É também importante compreender, antes de passar para a fase de deteção da causa, se as cartas $Q(X)$ estão num estado de “warmup”, ou seja, caso se esteja na presença da fase inicial da carta de controlo, é possível que não tenhamos dados suficientes para aferir com segurança que existe algo que deve ser revisto. Exemplificando com a amostra 37 do produto H (Tabela 4.4), apesar de esta revelar fracos índices de capacidade superior em 2 características, esta é uma etapa precoce da carta $Q(X)$ o que pode levar a ajustes desnecessários. Tal como se veio a verificar ao longo do controlo do produto H, sem qualquer intervenção o processo manteve-se com capacidade nas 3 características observadas até à conclusão do estudo.

Esporadicamente, é possível que os índices de capacidade possam ultrapassar os limites +3 e -3 sem que seja mandatório a intervenção e recomeço do estudo. Nestas circunstâncias, ao longo deste estudo de caso, encontram-se 2 produtos identificados na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Capacidade do processo não conforme que não justifica reinício de estudo

Produto	Característica	Nº Amostra	Valor da capacidade do processo
A	Escorrimento	10	$(Q_I)_{10} = -2,99$
H	Escorrimento	62	$(Q_I)_{62} = -2,96$

Em situações semelhantes, embora exista o aviso gerado pela carta, é preciso refletir sobre a decisão de reiniciar o estudo e assim colocar sem efeito todo o trabalho desenvolvido até aquele momento. Tendo em conta os valores da Tabela 4.5, não se justifica a renovação das cartas de controlo em questão. É evidente que deve ser dada a mesma importância a este evento que à situação da capacidade próxima do limite aceitável e a abordagem deve ser idêntica.

Ainda na temática da capacidade do processo, é relevante interpretar as razões que conduzem à aparente ausência de capacidade no início do estudo, verificada em algumas cartas $Q(X)$. É perceptível, como mencionado anteriormente, que esta situação ocorre diversas vezes apesar de não existir um incumprimento das regras 1 e 6. Tendo como auxílio as tabelas de cálculo de cada produto, verifica-se que é recorrente os índices de capacidade inferior e superior serem, respetivamente, menores e maiores que o intervalo apresentado. Este fenómeno surge da metodologia utilizada nas cartas $Q(X)$, pois como exposto no Capítulo 2, a Fase I e Fase II são efetuadas simultaneamente, ou seja, o ponto adicionado em cada instante é utilizado, juntamente com os anteriores, para estimar os novos parâmetros do processo (μ e σ). O que se sucede inicialmente é o reduzido número de pontos considerados na estatística Q , o que induz em cálculos de capacidades desajustados com a realidade do processo. Por este motivo, os pontos iniciais das cartas podem induzir em erro e demonstrar uma capacidade exageradamente alta, como é verificado neste estudo de caso.

Como é possível atentar no anexo III, não se pode afirmar que o processo esteja evidentemente centrado, pois existe sempre uma ligeira discrepância entre os valores absolutos de Q_I e Q_S . É de facto visível em algumas características de certos produtos uma semelhança a um processo centrado, mas é algo que não se verifica ao longo de todo o período de análise. Neste sentido pode-se aferir que há um desfasamento entre os valores alvo definidos e as medições efetuadas de cada produto.

É observável no anexo III, que a carta $Q(MR)$ referente à característica Escorrimento demonstra de modo geral uma variabilidade constante, ou seja, uma oscilação positiva ou negativa em que o número de unidades se mantém ao longo da análise, verificável nas tabelas de cálculo. Esta ocorrência deve-se ao facto de o instrumento de medição utilizado não ter uma escala adequada para a posterior implementação de controlo estatístico. Para obter um controlo mais competente e poder retirar ilações adequadas sugere-se a alteração dos instrumentos anti escorrimento (*anti-sag meter*) presentes no laboratório, de modo a adquirir equipamentos com uma escala apropriada aos diferentes produtos fabricados e respetivos limites de especificação.

Na etapa de produção de tinta, facilmente se detetam causas especiais de variação no estudo realizado, desse modo é fundamental conseguir identificar as causas que tenham conduzido à manifestação destas ocorrências com o intuito de atuar sobre as mesmas e alcançar a correção do processo. Este é um método eficaz para garantir a melhoria contínua nos processos da empresa. Para tal foi construído um diagrama causa e efeito apresentado na Figura 4.3, também designado de diagrama de *Ishikawa*, com o propósito de compreender quais as adversidades nesta fase do processo produtivo.

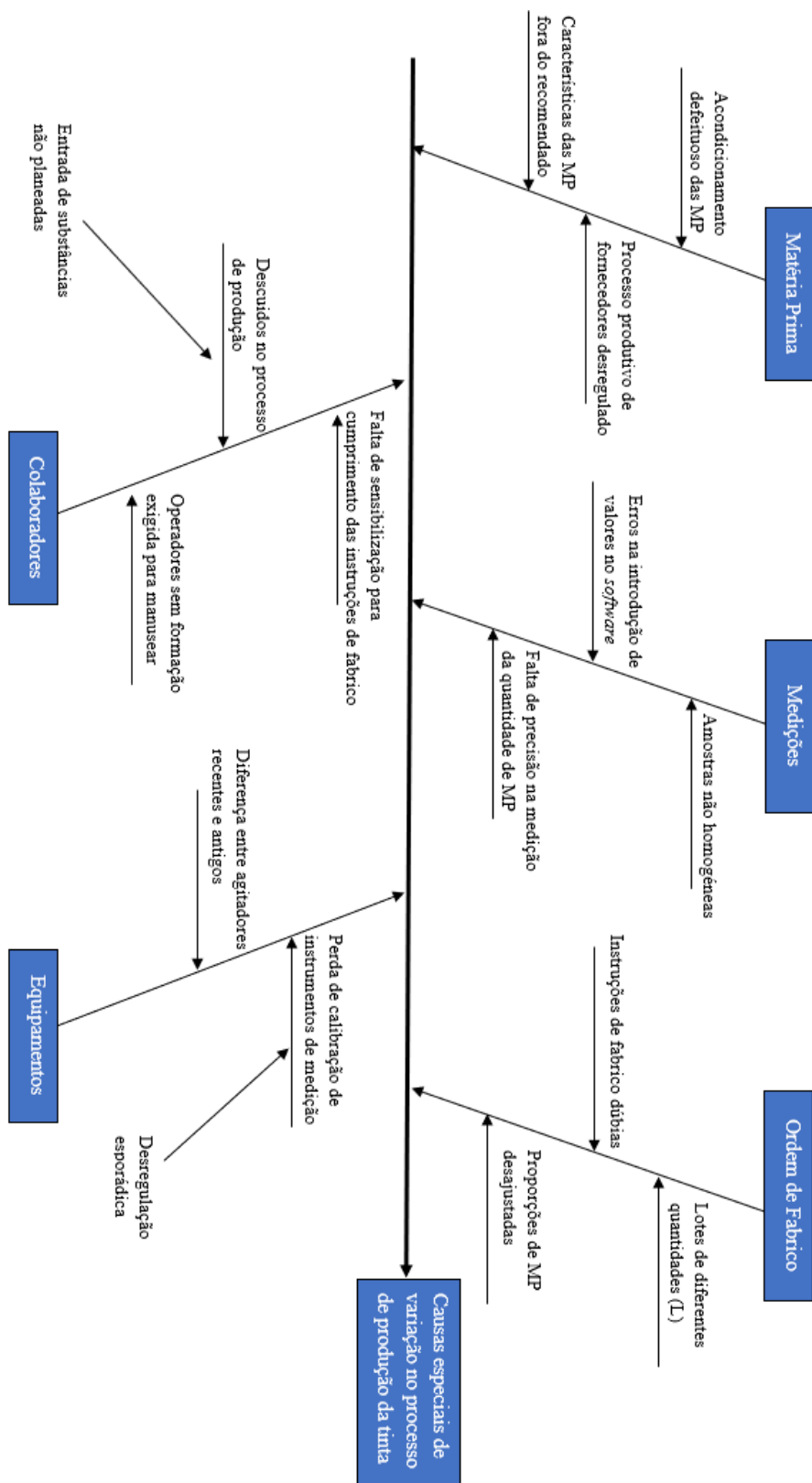


Figura 4.3 - Diagrama de Ishikawa para identificação de causas na produção de tintas

4.2.3. Análise Multivariada – Cartas $MQ(X)$

De forma a existir um meio de comparação com a análise univariada, foram elaboradas cartas no sentido de analisar as 3 características em questão, simultaneamente. Nesse âmbito construíram-se cartas $MQ(X)$, sendo que os valores da estatística Q são definidos pela equação (2.147) e assume-se que são independentes e distribuídas segundo uma distribuição Normal reduzida $N(0,1)$. Todos os cálculos foram realizados com recurso ao *software Excel* e as tabelas auxiliares apresentam-se no anexo IV.

Seguindo a linha de raciocínio anterior, a título de exemplo apresenta-se na Figura 4.4 a carta $MQ(X)$ para o produto B. No tópico de conclusões é apresentada a carta $MQ(X)$ que contempla todos os produtos segundo a ordem cronológica.

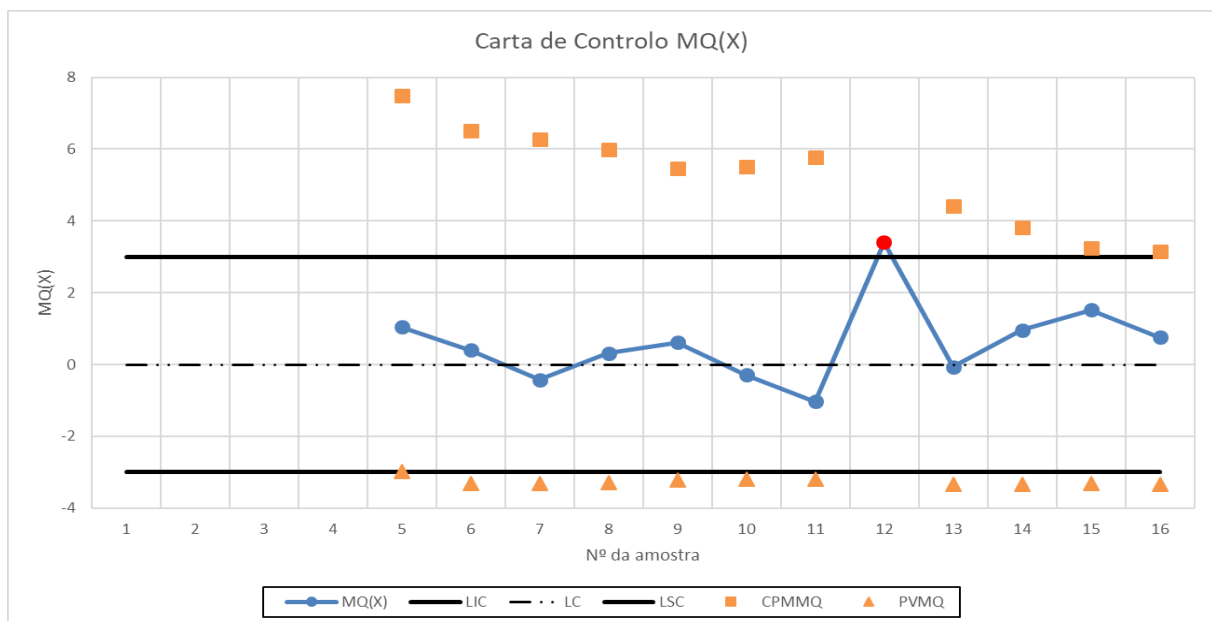


Figura 4.4 - Carta $MQ(X)$ do produto B

A interpretação da carta $MQ(X)$ é realizada do mesmo modo que as cartas univariadas, por ser baseado numa estatística Q Normalmente distribuída. Logo no sentido de aumentar a sensibilidade das cartas utilizadas foram aplicadas as regras 1 e 6, mencionadas no Capítulo 2.

Ao observar a carta $MQ(X)$ do produto B compreende-se que, sendo característico da metodologia utilizada, o controlo apenas se inicia na amostra 5, fator que vai influenciar os resultados no momento de confronto de resultados. Focando na carta $Q(X)$ univariada do mesmo produto, referente à característica Viscosidade (figura III.8 do anexo III) nas amostras 5 e 6, identificam-se 2 pontos abaixo do LIC . Não existe nenhum indício no estudo multivariado que indique alguma anomalia nessas amostras, pois no cálculo da estatística Q , no estudo multivariado, é utilizada a função distribuição de *Fisher* com ν_1 e ν_2 graus de liberdade no numerador e denominador (equação (2.147)), respetivamente,

e os graus de liberdade do denominador vão aumentado consoante a quantidade de amostras recolhidas até ao momento, ou seja, na amostra 5 o denominador apresenta 1 g.l. e existe um incremento de uma unidade por cada amostra recolhida. Esta situação conduz a uma distorção da realidade e consequente enviesamento do início do estudo. De forma a corroborar este conceito, apresenta-se a tabela 4.6, que demonstra o método de cálculo utilizado.

Tabela 4.6 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto B

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p, r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,798	97,14	24								
2	1,801	97,21	25,0	0,005	0,13	2,0					
3	1,798	96,97	25,7	-0,008	-0,69	2,0					
4	1,799	96,91	25,5	0,006	-0,27	-0,7					
5	1,797	95,98	24,8	-0,013	-4,60	-3,5	23,87	0,8509	1,04	7,49	-2,98
6	1,793	95,40	24,2	-0,022	-3,48	-3,8	2,05	0,6560	0,40	6,51	-3,32
7	1,793	95,22	24,3	-0,002	-1,30	0,8	0,59	0,3362	-0,42	6,28	-3,30
8	1,792	95,07	23,8	-0,005	-1,22	-4,3	1,36	0,6262	0,32	6,00	-3,28
9	1,793	94,84	23,4	0,004	-2,07	-2,8	1,77	0,7308	0,62	5,47	-3,22
10	1,793	94,95	23,8	0,005	1,16	3,6	0,64	0,3842	-0,29	5,51	-3,20
11	1,794	95,14	24,0	0,006	2,05	2,2	0,26	0,1500	-1,04	5,77	-3,19
12	1,789	94,96	24,3	-0,054	-2,14	3,0	21,89	0,9997	3,41		
13	1,790	95,12	24,2	0,007	2,04	-0,3	0,80	0,4756	-0,06	4,42	-3,33
14	1,790	95,03	24,4	0,009	-1,22	1,8	2,08	0,8331	0,97	3,82	-3,33
15	1,791	94,81	24,5	0,003	-3,33	1,6	3,25	0,9364	1,53	3,25	-3,31
16	1,790	94,75	24,1	-0,009	-1,01	-5,5	1,68	0,7753	0,76	3,15	-3,33

Ao comparar os valores de A_r das amostras 5 e 12 verifica-se que $(A_r)_5 > (A_r)_{12}$, no entanto os valores da probabilidade da distribuição de Fisher revelam outro cenário, onde $(F_{p, r-1-p})_5 = 0,851$ e $(F_{p, r-1-p})_{12} = 0,9997$. Ao aplicar o inverso da distribuição Normal reduzida obtemos um ponto fora do limite de controlo e outro sem aparente motivo de preocupação. Assim fica exposto a influência dos graus de liberdade no início do estudo multivariado.

Na carta apresentada na figura 4.4 identifica-se uma causa especial de variação, pois a amostra 12 encontra-se acima do LSC . Ao analisar as cartas do estudo univariado facilmente se reconhece qual a característica da qualidade que provocou esta ocorrência, neste caso a Densidade.

Na presente dissertação foi implementado nas cartas $MQ(X)$ os índices de capacidade potencial, $(CPM)_{MQ}$, e de processo centrado (PV_{MQ}) que se encontram na parte superior representados por quadrados e na parte inferior por triângulos, respetivamente. Deste modo consegue-se ter ambos os indicadores visíveis a cada instante da monitorização e atuar em conformidade caso seja necessário. Neste exemplo pode-se

afirmar que ao longo do estudo de caso o processo vai perdendo capacidade embora nunca seja necessário corrigi-lo e reiniciar o estudo. Considerando um fpc de 0,9 (90%), ou seja, numa escala quantitativa de caracterização do processo ser ou não centrado, admitir que igual ou superior a 90% reconhecer que o processo se encontra centrado, é razoável afirmar que o processo do produto B está suficientemente centrado. Todos os cálculos relativos aos índices $(C_{PM})_{MQ}$ e PV_{MQ} são apresentados no anexo IV.

Como referido anteriormente, devido à natureza da metodologia de apenas se iniciar o estudo na amostra 5, as cartas $MQ(X)$ tornam-se pouco informativas no sentido de não existir pontos suficientes para se verificarem causas especiais de variação pois a maior parte dos produtos seleccionados apresentam poucos lotes fabricados no período de análise, daí o facto de se observar poucas ocorrências no estudo multivariado completo. Contudo foi elaborado um resumo, explícito na Tabela 4.7, que identifica todos os eventos anómalos da carta $MQ(X)$ que contempla todos os produtos.

Tabela 4.7 - Ocorrências nas cartas $MQ(X)$ de todos os produtos

Produto	Nº amostra	Ocorrência na carta $MQ(X)$	Ação
A	35	Processo não centrado	-
B	45	1 ponto acima do LSC $MQ(X) = 3,41$	Identificar causa e corrigir processo
C	2, 4 e 9	Processo não centrado (acentuadamente)	Identificar causa e corrigir processo
	10 até fim de análise	Processo não centrado	-
D	59	Processo sem capacidade $CPM_{MQ} = 2,86$	Identificar causa e corrigir processo; Reiniciar estudo
E	3 a 60	Processo não centrado	-
F	34	Processo não centrado	-
G	20	Processo não centrado	-

É importante referir que, apesar de ser escrutinado por amostra o índice PV_{MQ} , esta deve ser uma análise mais global no sentido de ser possível conferir o comportamento do processo em termos de se encontrar centrado. Nas cartas $MQ(X)$ destes produtos em estudo foi considerado que o processo de fabricação dos mesmos se aceita centrado quando o desfasamento é igual ou inferior a 10% ($fpc = 0,9$), assim é perceptível o estado do processo ao longo do período de análise, sendo mais transparente desvendar padrões ou variações repentinas neste índice. No caso do produto C nas amostras 2, 4 e 9 o facto do produto C não estar centrado pode eventualmente afetar a produção dentro da conformidade, logo é

recomendado identificar a causa e tomar medidas corretivas. Ao comparar com os índices Q_I e Q_S do estudo univariado do produto C, é possível deduzir que a característica Densidade é a que mais influencia este estado do processo devido à enorme discrepância entre indicadores de capacidade sendo que, apesar da Viscosidade e Escorrimento não se encontrarem centrados, o seu desfasamento não é tão acentuado.

Relativamente à capacidade potencial dos processos apenas se regista uma ocorrência, nomeadamente no produto D. Esta anomalia requer não só a identificação da causa e respetivas medidas de correção, mas também o recomeço do estudo deste processo. Comparando com o estudo univariado, verifica-se que na carta $Q(X)$ referente à Densidade existe também na amostra 77 a indicação de proceder à renovação do estudo, relevando assim a compatibilidade dos dois estudos efetuados.

4.2.4. Conclusões e Comparação de Resultados

Após o desenvolvimento do estudo univariado e multivariado no processo de produção de tintas é possível retirar ilações acerca dos mesmos no sentido de, não só comparar e constatar as suas diferenças como identificar causas que conduzem a uma variação na qualidade do produto final e assim proceder à sua mitigação. Neste momento, é justificável afirmar a importância que tanto o *SPC* como o *MSPC* são metodologias relevantes para alcançar uma melhoria nos processos existentes e estabelecer uma monitorização fidedigna.

No estudo univariado observa-se um controlo para todas as p características da qualidade, onde é elaborado uma carta para a média do processo e respetivos índices de capacidade, sendo ainda construída uma carta para monitorizar a dispersão.

De forma a complementar a comparação de resultados, é exposto na figura 4.5 (Densidade), figura 4.6 (Viscosidade) e figura 4.7 (Escorrimento) do estudo univariado e figura 4.8 (Carta Multivariada) do estudo multivariado, a monitorização dos processos em contexto real, na qual se estabelece a junção de todos os produtos ordenados cronologicamente.

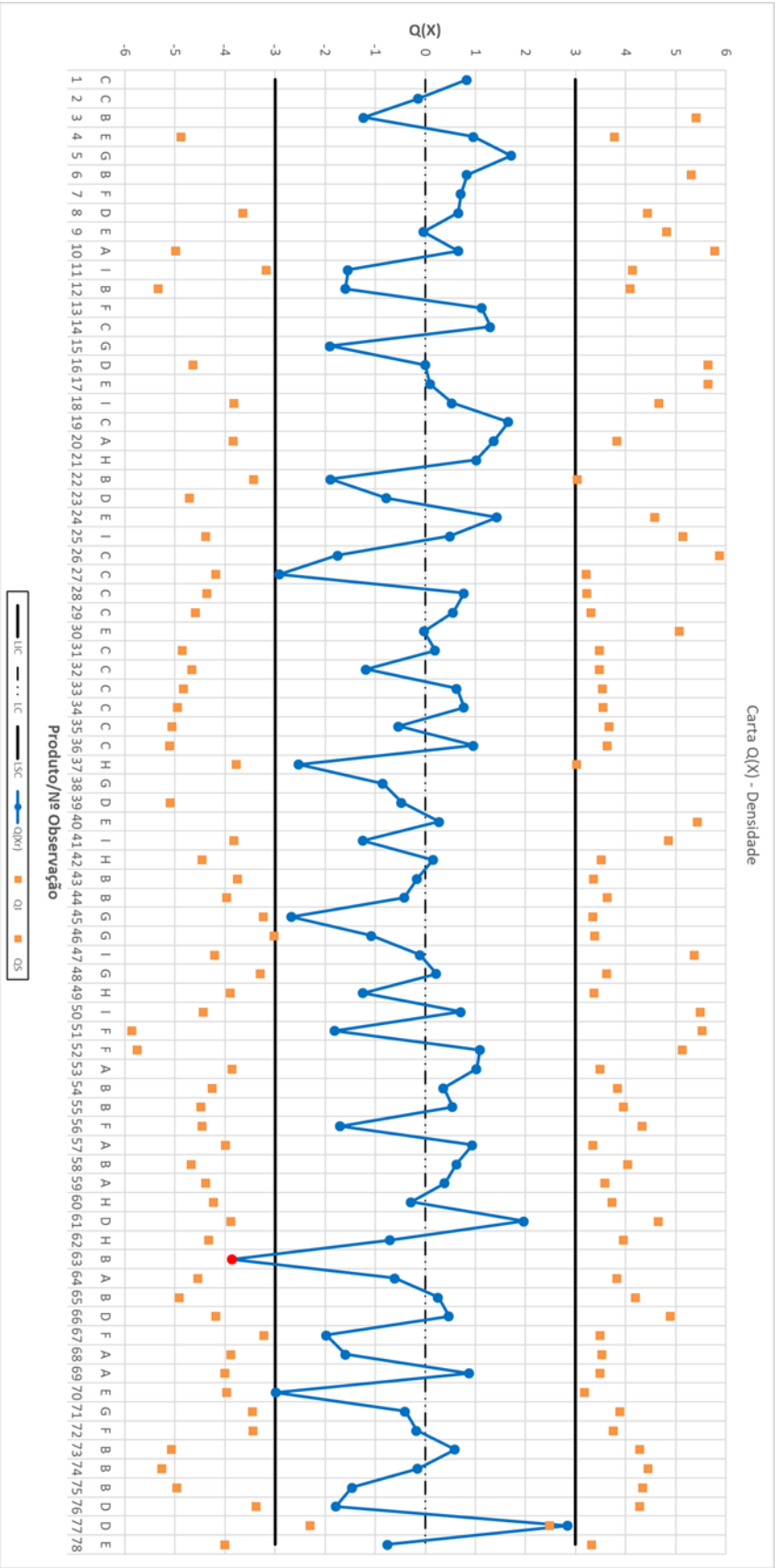


Figura 4.5 - Carta $Q(X)$ da Densidade

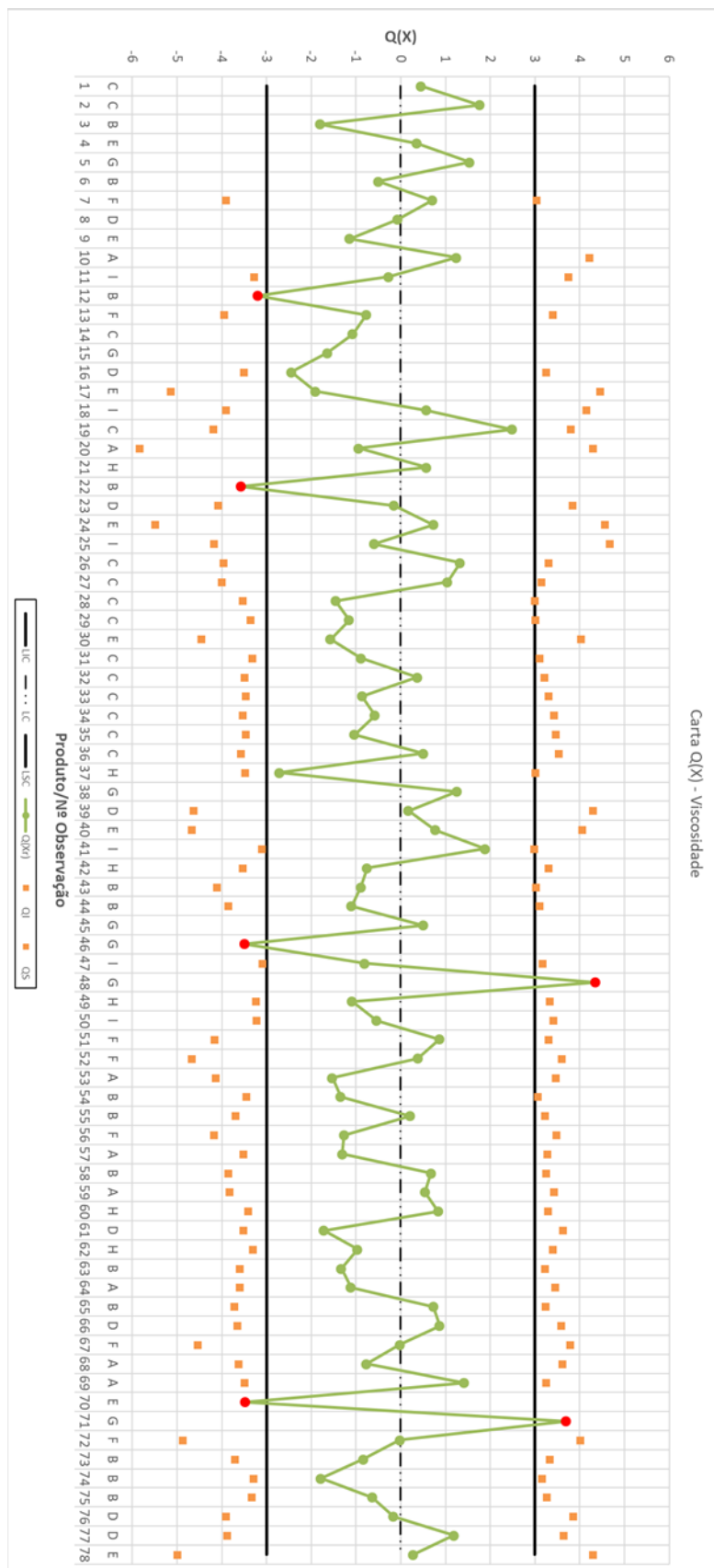


Figura 4.6 - Carta $Q(X)$ da Viscosidade

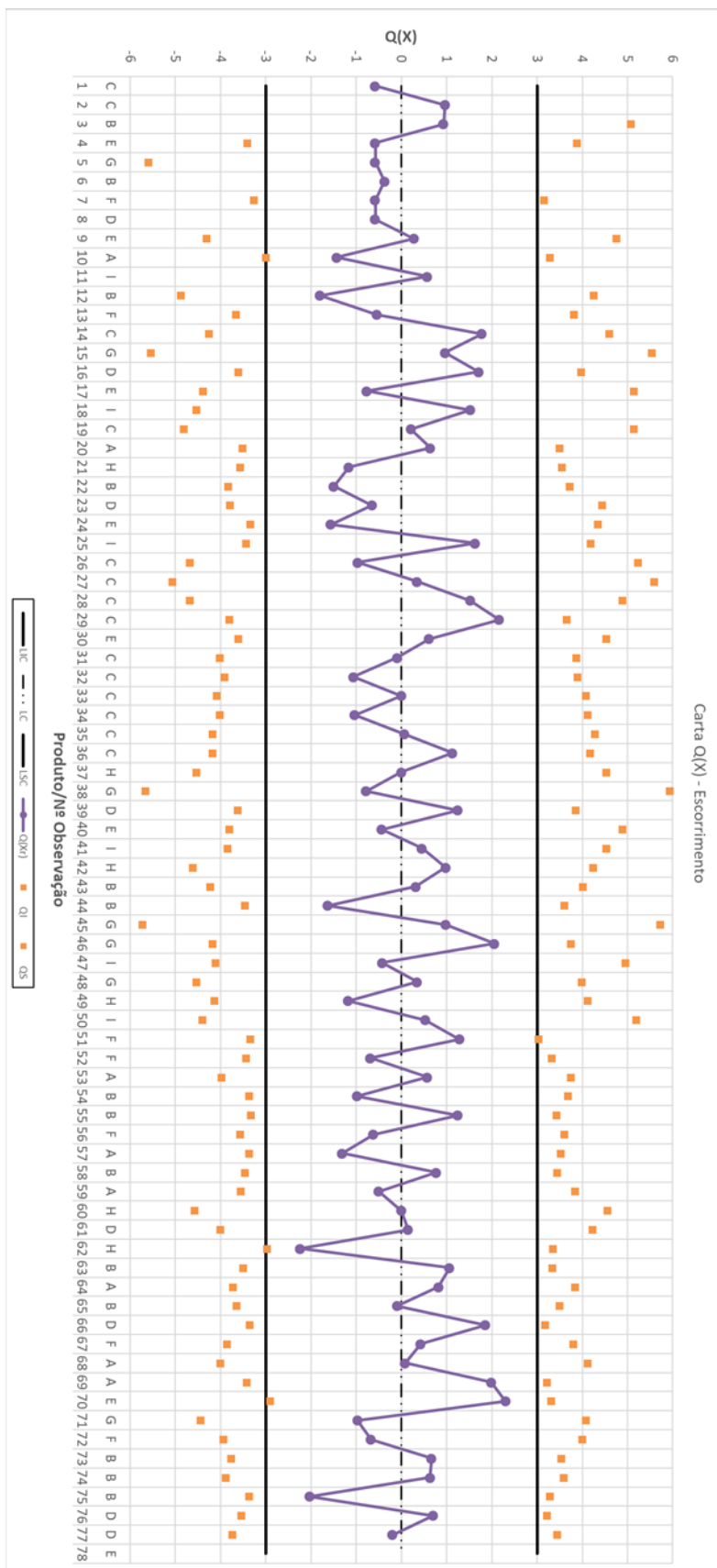


Figura 4.7 - Carta $Q(X)$ do Escorrimento

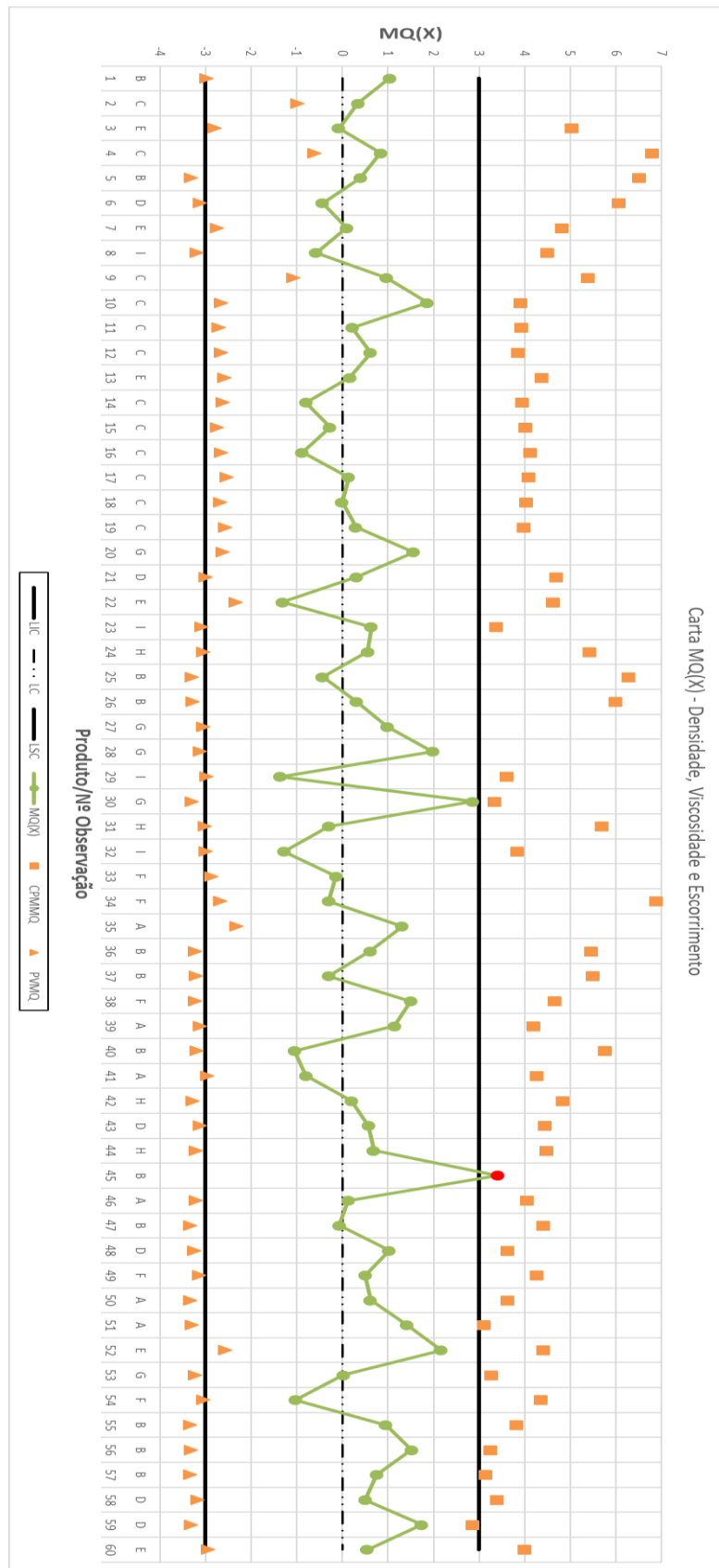


Figura 4.8 - Carta $MQ(X)$ da Densidade, Viscosidade e Escorrimento

É importante salvaguardar a adequada interpretação das cartas mencionadas, relativamente à agregação de todos os produtos numa só carta. Sendo que não é recomendado unir os pontos de amostras de diferentes produtos, neste caso não é conveniente seguir essa norma pois a sua interpretação seria dificultada.

Primeiramente verifica-se que, para realizar o acompanhamento destes processos no estudo univariado são necessárias ter em conta três cartas de controlo, ou seja, quantas mais características a empresa desejar supervisionar mais cartas vão ser elaboradas e mais complexo se torna a análise das mesmas, contrastando com a metodologia do estudo multivariado em que, independentemente do número de características da qualidade apenas se analisa uma carta de controlo. Posto isto, com o intuito de minimizar equívocos de leitura recomenda-se a utilização da ferramenta multivariada.

No entanto, particularmente nesta dissertação e durante o mesmo período de análise, as cartas $Q(X)/Q(MR)$ demonstram uma sensibilidade superior em detetar ocorrências nesta fase do processo produtivo. Em termos de causas especiais de variação foram identificadas 8 amostras, arrostando com apenas uma nas cartas $MQ(X)$, temática que se encontra devidamente justificada na análise realizada no exemplo indicado anteriormente. Contudo, na questão referente ao processo situar-se centrado o estudo univariado revela-se inapropriado, na perspetiva em que não existe um indicador quantitativo que exprima essa informação, incumbindo assim essa interpretação ao leitor das cartas. Consequentemente, é possível retirar conclusões distintas dependendo da experiência e conhecimento do indivíduo que as observa. Relativamente à capacidade do processo, verifica-se que existe compatibilidade no que concerne à avaliação da capacidade potencial em cada instante. Sendo que o índice $(C_{PM})_{MQ}$ engloba a informação das capacidades inerentes às três características da qualidade, não faz sentido efetuar uma comparação com qualquer um dos índices individuais de capacidade (Q_I e Q_S), por esse motivo torna-se fundamental identificar se a perda de capacidade em ambos os estudos é coincidente. Desprezando a amostra 70 do produto E, visto que apenas o índice Q_I se afasta ligeiramente do seu valor limite, é aceitável aferir que existe uma correspondência na deteção de processo sem capacidade, pois ambos os estudos identificam a única ocorrência desta condição. Na amostra 77 do produto D os valores de capacidade são $Q_I = -2,29$ e $Q_S = 2,48$ na carta $Q(X)$ da Densidade e na carta multivariada o índice $(C_{PM})_{MQ} = 2,86$.

Uma inconveniência do estudo multivariado exposta neste estudo de caso é relativa à presença de uma causa especial de variação, pois nesse contexto é evidente a falta de informação alusiva à variável responsável. Assim, em situações fora de controlo na abordagem multivariada será necessário recorrer às indicações da abordagem univariada, caso se pretenda identificar a(s) característica(s) da qualidade que influenciaram negativamente o processo.

O desenvolvimento e implementação dos índices de capacidade potencial ($(C_{PM})_{MQ}$) e de processo centrado (PV_{MQ}) no estudo multivariado revelaram-se uma mais-valia para a análise do processo de produção de tinta. Com a utilização do índice PV_{MQ} em todos os instantes de controlo é possível distinguir padrões no comportamento do processo e evitar que este passe a estar não centrado. Além disso, este indicador permite retirar o fator “subjetividade” da análise do processo centrado pois, atentando ao estudo univariado, é difícil verificar a simetria exata dos índices Q_I e Q_S . Assim existe sempre uma tolerância inculcada no observador, não existindo uma regra geral. A implementação do índice $(C_{PM})_{MQ}$ permite em tempo real, na própria carta MQ , a avaliação da capacidade do processo referente às p características da qualidade, analogamente à utilização dos índices Q_I e Q_S nas cartas Q referentes às p características da qualidade.

A aplicação das duas metodologias revelou-se útil pois é possível fazer o paralelismo entre ambos os estudos e identificar as limitações de cada um deles bem como reconhecer aspetos positivos em contexto industrial.

4.3. SPC aplicado ao processo de enchimento

4.3.1. Metodologia

Nesta etapa do estudo de caso é necessário estabelecer o rumo que se pretende seguir no controlo do enchimento de latas. Assim definiu-se que, ao invés do sucedido na fase de produção de tinta onde as medições das características da qualidade são referentes a produtos específicos, este controlo será inerente à característica volume das latas, ou seja, não existe distinção entre os produtos que estão a ser alvo de estudo pois o interesse incide sobre o controlo do volume de enchimento das latas, independentemente do produto que essas latas contêm.

Devido às exigências de mercados específicos como o marítimo, a fábrica portuguesa da Hempel contempla também produtos de dois componentes. Estes produtos representam a junção da tinta base com o agente cura adequado e as propriedades de secagem alteram-se consoante o rácio de mistura definido. Deste modo, devido às diferentes exigências dos clientes, existe uma enorme variedade de volumes de enchimento realizados nesta fase, ultrapassando mais de 60 quantidades distintas nas latas comercializadas. Posto isto, definiu-se como principal critério de seleção as quantidades mais comercializadas, pelo que será objeto de estudo os volumes de 5L e 20L, derivado da larga margem apresentada relativamente aos restantes volumes.

De modo a estudar estes dois volumes efetivos é necessário recorrer às técnicas adequadas do *SPC*. Sendo que estas são as quantidades mais vendidas a clientes espera-se facilidade na estimação dos

parâmetros do processo (μ e σ), assim é possível realizar a Fase I, aplicar cartas de controlo tradicionais e determinar se os dados recolhidos obedecem aos requisitos necessários para se poder afirmar que o processo se encontra controlado estatisticamente e de seguida conduzir o estudo para a Fase II onde serão implementadas cartas Z e W .

A dimensão das amostras recolhidas é constante e constituída por 5 unidades. A escolha da dimensão das amostras foi motivada em virtude da distribuição de médias de amostra ser aproximadamente Normal quando as dimensões das amostras forem iguais ou superiores a 4 unidades. mesmo que os valores individuais não sigam uma distribuição Normal. No processo de enchimento, o estudo de caso efetivou-se no decorrer dos meses abril, maio e junho e a frequência de amostragem foi de 30 em 30 minutos, onde após eliminação do peso da tara se pesa a lata com o conteúdo e, com o auxílio do *software Excel*, procede-se ao cálculo do volume efetivo e representação de todas as cartas de controlo.

4.3.2. Fase I

Para iniciar esta etapa foram elaboradas as cartas tradicionais de Shewhart \bar{X} e S de ambos os volumes. Representadas nas figuras 4.9 e 4.10 encontram-se as cartas da média e do desvio padrão, respetivamente, do volume de enchimento de 20 litros. Uma vez que a o raciocínio se aplica de igual forma, as cartas e figura referentes ao volume de 5 litros encontram-se no anexo V.

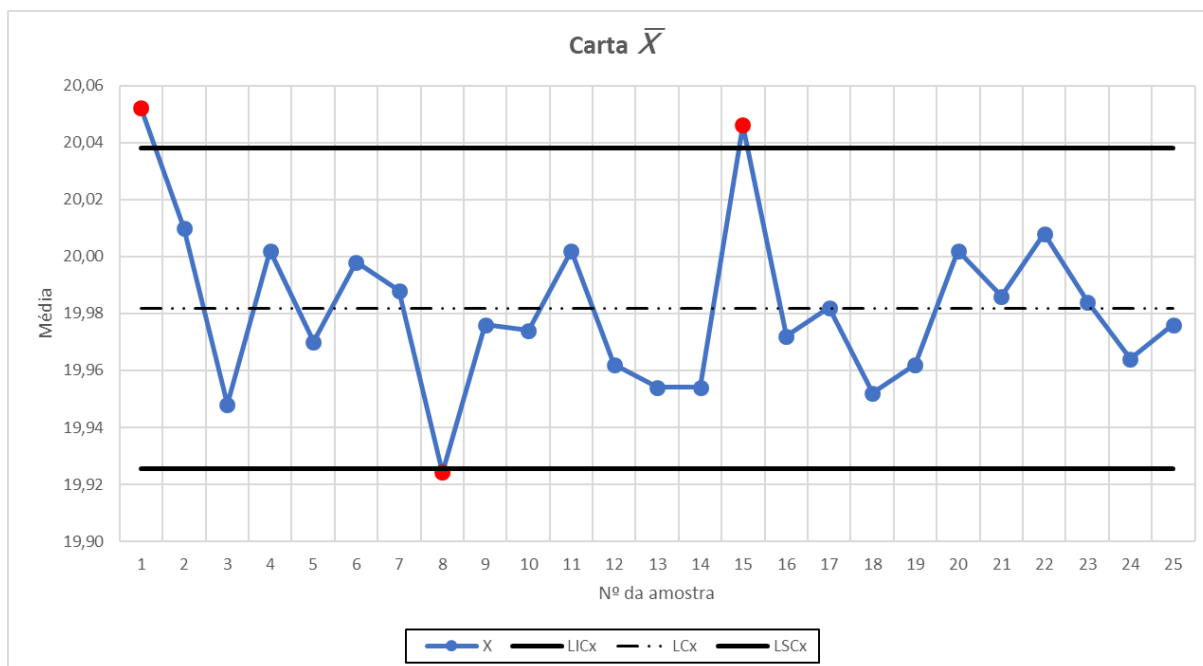


Figura 4.9 – Carta \bar{X} do volume de enchimento de 20 litros

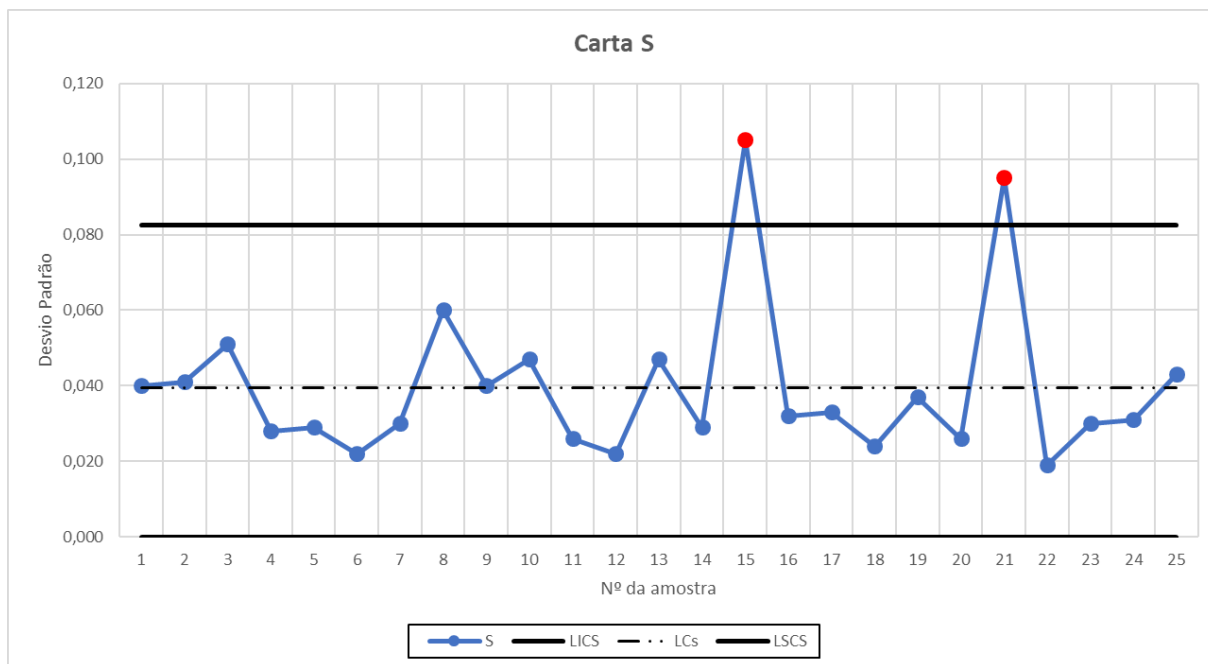


Figura 4.10 - Carta S do volume de enchimento de 20 litros

Ao analisar a carta \bar{X} observa-se que as amostras 1 e 15 se encontram acima do limite superior de controlo e a amostra 8 abaixo do limite inferior de controlo. Na carta S verificam-se duas amostras (15 e 21) acima do LIC . Como a amostra 15 se revela fora dos limites de controlo em ambas as cartas, apenas será necessário eliminar 4 amostras. Deste modo as cartas revistas apresentam a aparência demonstrada nas figuras 4.11 e 4.12.

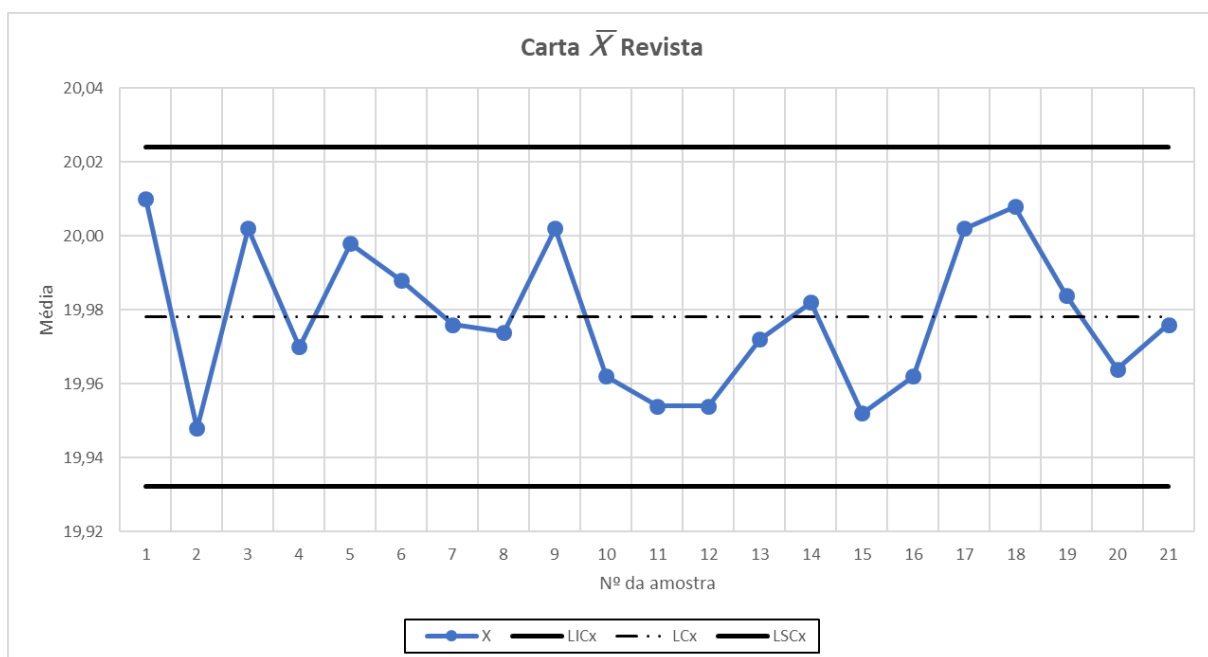


Figura 4.11 - Carta \bar{X} revista do volume de enchimento de 20 litros

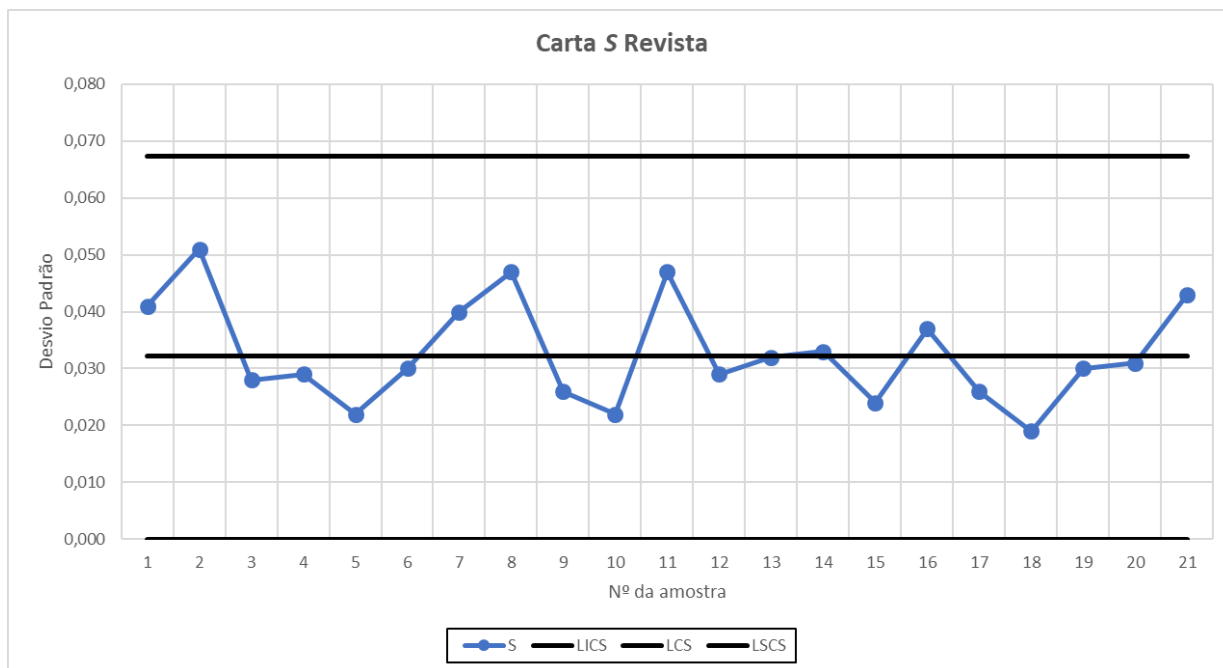


Figura 4.12 - Carta S revista do volume de enchimento de 20 litros

Após a eliminação das amostras fora dos limites de controlo, realiza-se a verificação de causas especiais de variação em ambas as cartas. De modo a evitar erros de análise e a facilitar este processo, recorreu-se ao *software Statistica* para gerar a análise, apresentada nas figuras 4.13 e 4.14, das 7 regras existentes de padrões não aleatórios. Observa-se a ausência de qualquer ocorrência relativa ao aumento da sensibilidade das cartas.

		Volume 20 litros ; Runs Tests (Spreadsheet1)	
		X-bar Chart	
		Center line: 19,978200 Sigma: 0,015288	
Zones A/B/C: 3,000/2,000/1,000 * Sigma		from sample	to sample
Tests for special causes (runs rules)			
9 samples on same side of center		OK	OK
6 samples in row in/decreasing		OK	OK
14 samples alternating up & down		OK	OK
2 of 3 samples in Zone A or beyond		OK	OK
4 of 5 samples in Zone B or beyond		OK	OK
15 samples in Zone C		OK	OK
8 samples beyond Zone C		OK	OK

Figura 4.13 - Regras para deteção de padrões não aleatórios na carta \bar{X} no volume de 20 litros

Zones A/B/C: 3,000/2,000/1,000 * Sigma Tests for special causes (runs rules)	Volume 20 litros ; Runs Tests (Spreadsheet 1) S Chart Center line: 0,018908 Sigma: 0,006864			
	from sample	to sample		
9 samples on same side of center	OK	OK		
6 samples in row in/decreasing	OK	OK		
14 samples alternating up & down	OK	OK		
2 of 3 samples in Zone A or beyond	OK	OK		
4 of 5 samples in Zone B or beyond	OK	OK		
15 samples in Zone C	OK	OK		
8 samples beyond Zone C	OK	OK		

Figura 4.14 - Regras para detecção de padrões não aleatórios na carta S no volume 20 litros

Apresenta-se no anexo V, as cartas de controlo referentes ao volume das latas de 5L e respectivas análises de detecção de padrões não aleatórios.

Na Tabela 4.8 apresenta-se o resumo com a informação relativa à identificação de causas especiais de variação de ambos os volumes. Tal como o volume de 20 litros, não se observaram padrões não aleatórios no volume de 5 litros.

Tabela 4.8 - Análise da identificação de causas especiais de variação

Volume	Nº amostra	Causas especiais na carta \bar{X}	Causas especiais na carta S
20 L	1	Ponto acima do LSC	-
	8	Ponto abaixo do LIC	-
	15	Ponto acima do LSC	Ponto acima do LSC
	21	-	Ponto acima do LSC
5 L	3	Ponto abaixo do LIC	-
	5	Ponto acima do LSC	-
	11	Ponto acima do LSC	Ponto acima do LSC
	19	Ponto abaixo do LIC	-

Deste modo é possível verificar que apenas existiram amostras pontuais fora de controlo. Uma das origens destas ocorrências é o desgaste das máquinas de enchimento que conduz a desajustes no volume efetivo das latas, embora os operadores corrijam o peso de enchimento sempre que necessário, torna-se normal testemunhar situações semelhantes.

As máquinas gravimétricas funcionam com a definição de cortes por parte dos colaboradores, ou seja, é necessário estabelecer o primeiro corte, referente ao sinal que a máquina envia para cessar o bombeamento de tinta, e o segundo corte respeitante à conclusão do enchimento que normalmente é igual ao valor nominal do peso da lata. Assim, consoante a experiência em linha de cada operador, os cortes são definidos livremente pelos mesmos o que motiva também variações visíveis nas cartas.

Após eliminação causas especiais de variação, verificando-se assim que o processo está sob controlo estatístico, é necessário averiguar a Normalidade e independência dos dados utilizados na Fase I. Relativamente à independência dos dados assume-se que tal se verifica. Assim, recorre-se ao teste de Kolmogorov-Smirnov (K-S) para avaliar a Normalidade dos dados, utilizando o *software Statistica*.

O valor da estatística D do teste de Kolmogorov-Smirnov é dado no histograma construído no *software Statistica*, tendo por base os dados individuais recolhidos da produção e que serviram para o cálculo das estatísticas amostrais \bar{X} e S das cartas de controlo revistas.

O número de classes do histograma é dado pela equação:

$$k = 1 + \frac{\log N}{\log 2} \quad (4.1)$$

Na equação anterior, $N = m \times n$ corresponde ao produto entre o número de amostras (m) e a dimensão da amostra (n), sendo k o número ideal de classes do histograma (Sturges, 1926).

Em seguida estabelece-se o $D_{crítico}$ de acordo com a tabela I.2 do anexo I, assumindo um nível de significância de 5% ($\alpha = 0,05$). Posto isto, a equação é dada por:

$$D_{crítico} = \frac{0,886}{\sqrt{N}} \quad (4.2)$$

Na figura 4.15 apresenta-se o histograma dos dados do volume referentes às latas de 20 L, nos quais vem indicado o valor da estatística D do teste K-S. No anexo V é apresentado este estudo para as latas de volume 5 L.

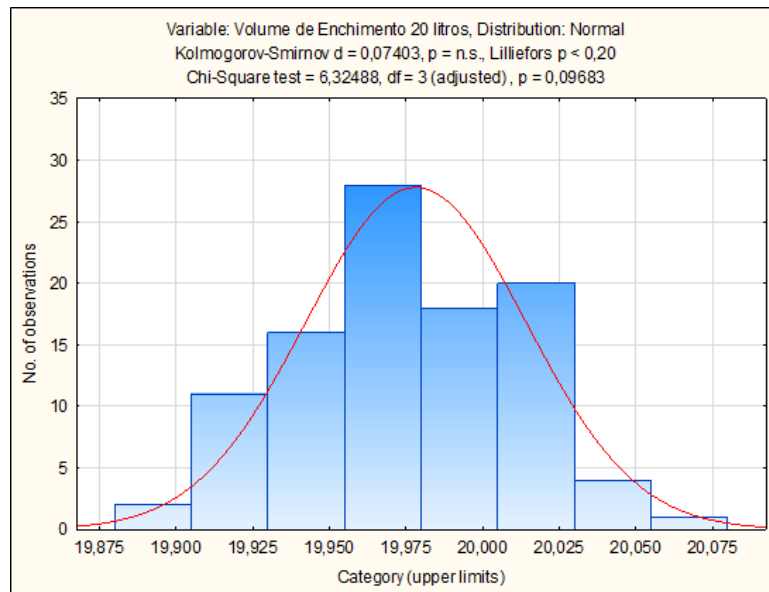


Figura 4.15 - Normalidade dos dados relativos ao volume de 20 litros

Na Tabela 4.9 encontra-se o resumo dos cálculos das variáveis necessárias, relativo aos dois volumes, para aferir se as distribuições dos dados utilizados seguem uma distribuição aproximadamente Normal.

Tabela 4.9 - Variáveis de aferição da Normalidade dos volumes de enchimento

Variáveis Volume	N	k	D	$D_{crítico}$
20 L	105	8	0,074	0,086
5 L	105	8	0,055	0,086

Com base nos valores obtidos, observáveis na Tabela 4.9, pode-se afirmar que os dados dos volumes de enchimento de 5L e de 20L recolhidos seguem aproximadamente uma distribuição Normal, devido ao facto de ambos os valores da estatística D serem inferiores ao $D_{crítico}$, para uma significância de 5%.

Neste momento, é possível analisar a capacidade do processo, em virtude de se ter já constatado a estabilidade do processo. Como consequência desse objetivo, é fundamental estimar a média e a variância do processo e assim averiguar a capacidade que o mesmo apresenta para encher latas de tinta dentro das especificações técnicas de um modo consistente.

A estimativa da média e do desvio padrão são calculados com base nas equações (2.31) e (2.32). Relativamente ao cálculo dos índices C_p e C_{pk} , são expressos pelas equações (2.62) e (2.63), tendo em conta que se está na presença de especificações bilaterais utilizando-se assim $k = 1,33$. Na Tabela 4.10 estão expostos os valores obtidos para ambos os volumes de enchimento.

Tabela 4.10 - Parâmetros do processo e índices de capacidade

Estimativas do Processo e indicadores	Volume 20 litros	Volume 5 litros
$\hat{\mu}$	19,98	4,98
$\hat{\sigma}$	0,034	0,034
C_p	1,946	0,734
$(C_{pk})_I$	1,734	0,568
$(C_{pk})_S$	2,158	0,900
C_{pk}	1,734	0,568

Na Tabela 4.10 observam-se duas situações distintas relativamente à estabilidade do processo. Referente ao volume de enchimento de 20 litros é possível constatar que o processo apresenta capacidade potencial pois $C_p > 1,33$, no entanto não é suficiente para se poder afirmar que está a produzir dentro das especificações, logo é necessário analisar os índices $(C_{pk})_I$ e $(C_{pk})_S$. Sabendo que o valor de C_{pk} é facultado pelo menor valor entre os índices superior e inferior, reconhece-se que o processo é capaz de manter a consistência exigida embora não se encontre centrado devido à disparidade entre índices. Em virtude desta análise, é possível transitar-se para a Fase II do *SPC*, embora na realidade fosse necessário intervir (corrigir) no processo de forma a torna-lo suficientemente centrado.

Em contraste com o acima mencionado, o volume de 5 litros não demonstra estabilidade suficiente que permita rumar à Fase II pois o valor do índice de capacidade potencial é bastante inferior ao valor definido como aceitável. Assim é fundamental identificar as causas que conduziram a este resultado e tomar as medidas corretivas adequadas. Nesse sentido, é apresentado o diagrama de Ishikawa na figura 4.16 que explana diversas origens da instabilidade manifestada pelo processo.

4.3.3. Fase II

Uma vez que o volume de enchimento de 5 litros apenas pode prosseguir para a Fase II quando se proceder à identificação das causas da instabilidade do processo e respetivas medidas corretivas, esta etapa desenvolve-se apenas para o volume de 20 litros pois este reúne as condições necessárias para se realizar a monitorização.

Deste modo foram recolhidas 15 amostras com dimensão constante constituídas por 5 unidades, nas mesmas condições referidas anteriormente para a Fase I. Implementou-se as cartas *Z* e *W* apresentadas, respetivamente, nas Figura 4.17 e Figura 4.18.

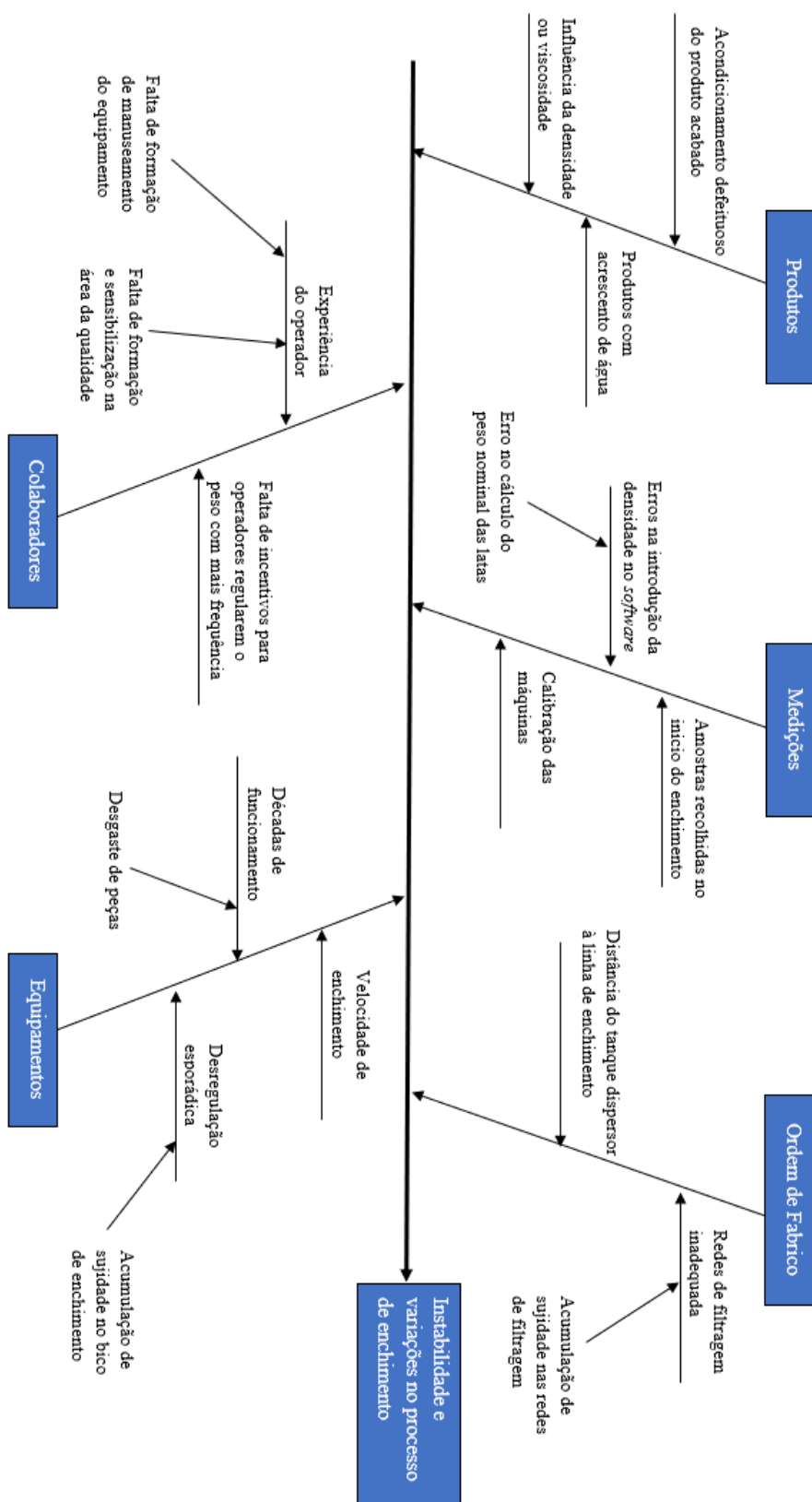


Figura 4.16 - Diagrama de Ishikawa para a instabilidade e causas especiais no processo de enchimento

Quando o objetivo é monitorizar apenas um produto, deve-se utilizar as cartas da média e do desvio padrão referidas no ponto 2.3.5.2. Apesar de a análise apenas contemplar um produto, esta abordagem pretende abranger uma situação mais geral de forma a permitir uma futura adição de outros produtos.

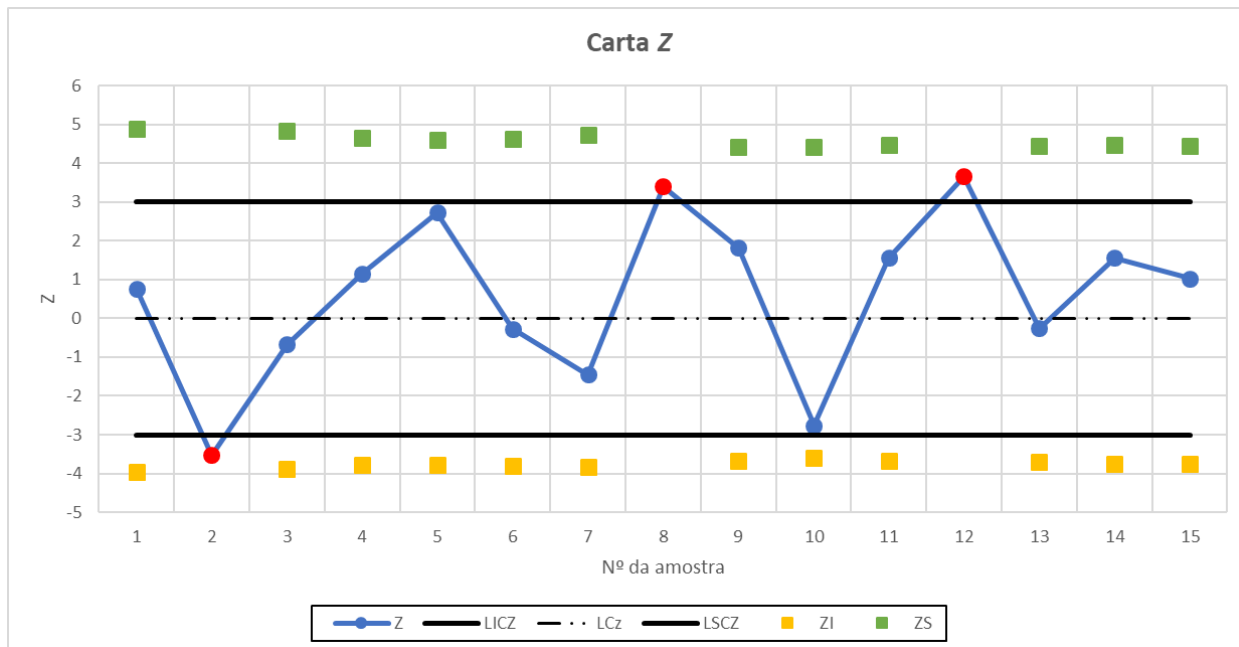


Figura 4.17 - Carta Z do volume de enchimento de 20 litros

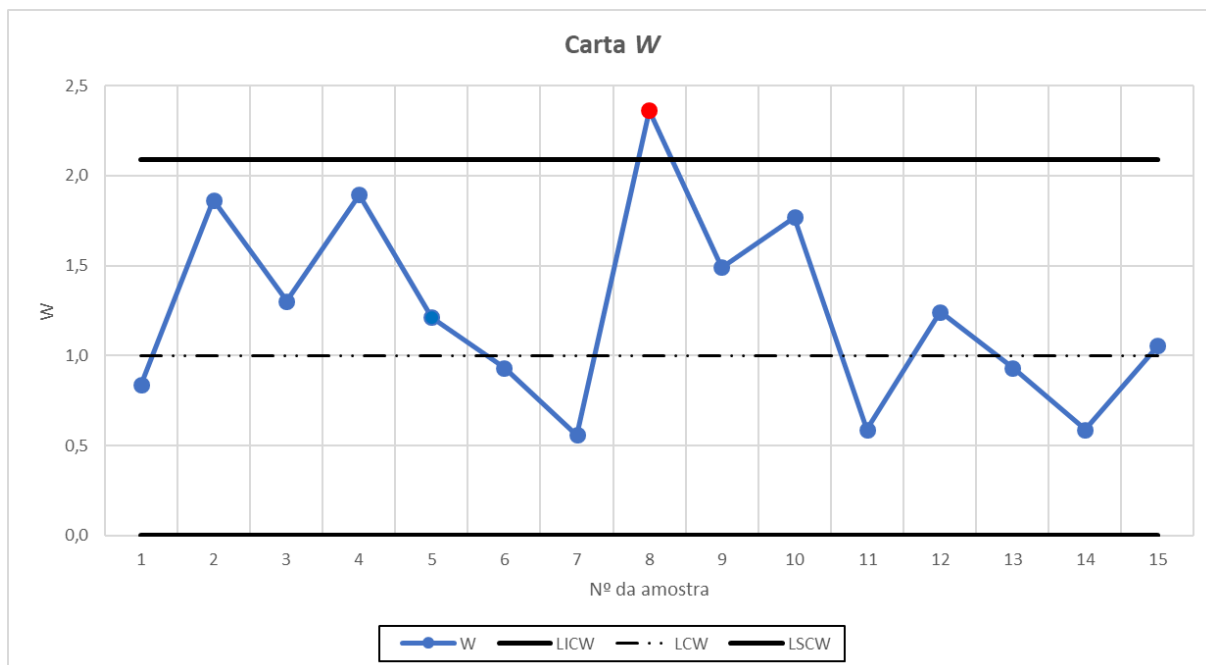


Figura 4.18 - Carta W do volume de enchimento de 20 litros

Apesar de existirem 4 pontos que se localizam para além dos limites de controlo, apenas as amostras 2, 8 e 12 se revelam ser críticas, pois a amostra 8 em particular manifesta-se em ambas as cartas. Este

acontecimento é provocado pela regulação no peso de enchimento das latas, pois quando o operador procede a esse ajuste devido à discrepância evidenciada no momento de enchimento, a quantidade efetiva da lata tende a afastar-se da lata anterior provocando assim uma variação significativa para ocorrer o alerta na carta *W*.

É possível verificar que apesar do processo manter a capacidade de produzir de acordo com as especificações técnicas exigidas ainda se observam situações pontuais fora dos limites das cartas. É importante refletir sobre que fenômenos existem no processo que possibilitem a ocorrência destes eventos, assim é possível considerar o diagrama de Ishikawa, presente na Figura 4.16, de forma a compreender a origem das causas e proceder à sua mitigação.

Não se detetaram padrões não aleatórios na carta *Z* e, embora o processo tenha capacidade, este não se encontra centrado no período de análise realizado, o que revela uma oportunidade de melhoria para a empresa.

De modo a obter uma real mais-valia da implementação do *SPC* na fase de enchimento é necessário ponderar acerca das possíveis causas que influenciam o processo.

4.3.4. Conclusões

No processo de enchimento foram analisados dois dos volumes de enchimento mais comercializados, sendo que no volume de 20 litros alcançou-se a Fase II e é possível prosseguir com a monitorização iniciada no presente projeto, realizando a identificação das causas do alerta nas cartas de controlo sempre que necessário e proceder à sua mitigação. Contrastando com o sucedido nesse exemplo, o volume de 5L não transitou para a Fase II devido à falta de capacidade potencial mínima exigida.

Ao realizar este estudo de caso nesta fase, foi possível entender se os processos estão aptos em produzir artigos dentro dos limites de especificação com a consistência exigida, assim se inicia o caminho para a melhoria contínua. A resposta aos pontos fora de controlo obtidos deram origem a um diagrama de Ishikawa, peça crucial para o reconhecimento dos obstáculos existentes nos processos e respetiva retificação. Deste modo, continuando o ciclo de estudo, contribui-se para um acompanhamento mais eficaz do processo e deteção de respetivas anomalias que permite alcançar uma diminuição das reclamações por parte dos clientes e um controlo mais eficaz com a consequente redução de desperdícios no final da produção.

É importante realçar que a empresa pretende implementar, já tendo o projeto na fase final, balanças de pesagem dinâmicas nas linhas de enchimento. Estes equipamentos têm como propósito realizar a pesagem de todas as latas enchidas na respetiva linha onde estão inseridas, ou seja, passará a realizar-se uma monitorização a 100% dos produtos. Desta forma, as máquinas permitem a operação de

monitorização na própria linha e de uma forma autónoma, o que não se verifica neste momento. Assim, os operadores possuem ferramentas para, no momento da verificação de um ponto fora de controlo, não só retirarem essa amostra e as adjacentes de circulação de modo a não ser comercializada como para implementarem as respetivas medidas corretivas de maneira a não se observar uma reincidência.

5. Conclusões e Sugestões

O presente capítulo apresenta um resumo do estudo de caso realizado, referindo os objetivos e todas as ferramentas utilizadas do *SPC*, enunciando de que modo estas contribuíram para um acréscimo no valor da presente dissertação. Pretende-se também enumerar os resultados obtidos de forma a ser possível sugerir ações de melhoria a implementar, bem como recomendar a realização de trabalhos futuros a desenvolver na empresa de modo a complementar a investigação já iniciada.

Destaca-se o facto de as técnicas aplicadas neste estudo de caso terem como sustentação um contexto teórico robusto, sempre alicerçadas em livros e artigos científicos de autores de renome na área do Controlo Estatístico do Processo.

5.1. Resultados do estudo realizado

O desenvolvimento deste projeto teve sempre como objetivo a implementação de ferramentas do *SPC* em diferentes áreas do processo produtivo, nomeadamente na fase de produção da tinta e na fase de enchimento.

5.1.1. Fase de produção de tinta

Relativamente à fase de fabricação da tinta, através do controlo de três características da qualidade (densidade, viscosidade e escorrimento), foi possível aplicar duas metodologias de ramos distintos e proceder à sua comparação de forma a aferir, neste caso específico, vantagens na utilização de cada uma das abordagens e identificar oportunidades de melhoria para a empresa.

Os produtos selecionados para esta etapa apresentam um número insuficiente de dados para a correta estimação dos parâmetros do processo (μ e σ), sendo produzidos em lotes. Como os dados recolhidos da produção se referem a características químicas do produto, não é possível agrupar os dados em subgrupos racionais pelo que se está em presença de observações individuais. Posto isto, foram elaboradas cartas de controlo univariadas $\bar{Q}(X)$ e $\bar{Q}(MR)$ para cada uma das características da qualidade em análise contemplando todos os produtos envolvidos. De forma a confrontar com um outro método e retirar as devidas ilações, foram também construídas cartas de controlo multivariadas $\bar{MQ}(X)$, que abrangem as três características na mesma carta de controlo. É relevante evidenciar a formação de novos índices de capacidade potencial ($(C_{PM})_{MQ}$) e de processo centrado (PV_{MQ}) relativos ao *MSPC* pois assim gerou-se um complemento à ferramenta já existente, que se revelou importante no momento de análise e acrescentou mais informação à carta de controlo.

Na utilização das cartas univariadas, é possível realizar a monitorização individual de cada característica da qualidade, sendo benéfico para acompanhar os seus comportamentos e facilitar o processo de correções, pois desta forma existe informação sobre qual a variável responsável por uma causa especial de variação. No entanto, uma das desvantagens do estudo univariado deve-se à quantidade de cartas elaboradas, sendo que terá de ser implementada uma carta de controlo por característica.

Na aplicação das cartas $MQ(X)$ um produto engloba todas as informações relativas às três propriedades da tinta, da capacidade do processo e se se encontra centrado, assim a interpretação do estudo multivariado torna-se mais pelo facto de ser uma análise gráfica da carta $MQ(X)$ ao invés de se analisar valores. Um dos principais defeitos deste método é o facto de a carta não transparecer qual a característica responsável pela verificação de um ponto anómalo.

Neste caso específico, ambos os estudos demonstram corroborar-se mutuamente, o que valida a aplicação das ferramentas utilizadas. Embora seja possível identificar uma falta de sensibilidade das cartas $MQ(X)$ na sua fase inicial, devido a existirem amostras que o estudo univariado assinalou e o mesmo não se verificou na abordagem multivariada. Este acontecimento deve-se aos graus de liberdade considerados nas primeiras amostras. Retirando o fator sensibilidade inicial, o qual pode enviesar as conclusões, pode-se afirmar que o estudo apresenta robustez.

É exibido ainda um diagrama de causa-e-efeito com o propósito de auxiliar a empresa na deteção de perturbações no processo de produção da tinta. Deste modo a empresa dispõe de um leque de opções que deve considerar na ocorrência de um alerta.

5.1.2. Fase de Enchimento

Na etapa de enchimento, optou-se por um estudo relativo a diferentes volumes de enchimento, ao invés de discriminar o volume por produto. Assim sendo, definiu-se como alvos de análise os volumes de 20L e 5L, devido à importância dos mesmos a nível comercial. As quantidades seleccionadas apresentam um número de dados suficientes para a estimação dos parâmetros do processo (μ e σ) e de modo a aumentar a probabilidade de os dados seguirem aproximadamente uma distribuição Normal, foi considerada uma dimensão de amostra constante de 5 unidades, razão pela qual é viável a realização da Fase I e verificação de todos os pressupostos que isso implica e, em caso de conformidade, transição para a Fase II e respetiva monitorização.

Iniciou-se na Fase I por elaborar as cartas da média e do desvio padrão para ambos os volumes, de forma a detetar pontos fora dos limites de controlo. Após retirar essas amostras, realizaram-se novamente as cartas \bar{X} e S e verificou-se que não apresentavam pontos fora nem padrões não aleatórios. De seguida, assumindo a independência dos dados, averiguou-se a Normalidade dos dados recolhidos através do

teste de Kolmogorov-Smirnov, pelo qual se concluiu que as duas populações são aproximadamente Normais. Por último, ao observar a estabilidade dos processos constata-se que o volume de 20L apresenta capacidade potencial e o índice C_{pk} também se mostra dentro do aceitável, apesar do processo não se encontrar centrado. No entanto, o volume de 5L manifestou instabilidade que se traduziu e evidenciou no índice de capacidade potencial, ao não estar em conformidade com o mínimo aceitável.

De forma implementar a Fase II do *SPC* ao produto de volume de 5L, é necessário proceder a alterações que viabilizem tornar o processo capaz, atuando na sua variabilidade já que não apresenta capacidade potencial. Ao observar o desvio padrão estimada dos volumes em estudo, verifica-se uma tendência de independência da dispersão, relativa à quantidade efetiva de enchimento. Apesar de ser aconselhado averiguar esta afirmação realizando o estudo com outros volumes diferentes, este é um argumento que leva o autor a recomendar a aquisição de novos equipamentos, devido ao desgaste das atuais máquinas em funcionamento. Sendo que esta hipótese de aquisição de novos equipamentos representa um investimento financeiro e logístico considerável, existe a possibilidade de diminuir o tempo de enchimento das latas, o que na experiência do autor da presente dissertação no momento de recolha de amostras e diálogo com os operadores, tem como consequência a redução da variação da amostra. No entanto, este método irá aumentar o tempo de enchimento de um lote, que pode conduzir a um não cumprimento de prazos de entrega estipulados com o cliente. Outra sugestão será o aumento da sensibilização junto dos operadores para a importância da variância no volume de enchimento, por meio de formações ou incentivos monetários ou de outro género.

Na Fase II, onde apenas se analisa o volume de 20L, recolheram-se mais amostras de modo a elaborar as cartas *Z* e *W* e monitorizar o desempenho e comportamento do enchimento. Verifica-se que apesar de manter a capacidade, surgem casos pontuais inerentes à desregulação dos níveis de enchimento. Dado que estes equipamentos são utilizados para encher volumes entre os 2,5L e os 20L, a mudança de equipamentos mencionada anteriormente iria afetar positivamente este processo. Mais uma vez, a sensibilização junto dos operadores é fundamental para este tipo de situações, pois permite a regulação dos cortes da máquina por parte do operador antes de se registar qualquer anomalia.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Após o estudo realizado, existem oportunidades de investigação que poderão complementar a presente dissertação e apresentar uma mais-valia para a empresa.

Na área de produção da tinta sugere-se, primeiramente, a continuação dos estudos univariados e multivariados de forma a ultrapassar a fase inicial de controlo sendo possível, caso seja um requisito da

empresa, adicionar características da qualidade. Recomenda-se também, devido ao tempo de utilização de certos equipamentos, averiguar se existem diferenças significativas entre agitadores e dispersores, pois este fator poderá apresentar-se como uma causa da existência de pontos fora dos limites de controlo.

Na área de enchimento, de forma análoga à produção de tinta, sugere-se a continuação da monitorização do volume de 20L para averiguar a possibilidade de perda de capacidade. Sendo que o objetivo inicial do autor seria agregar os volumes de enchimento na Fase II numa só carta de controlo. Aconselha-se o estudo de mais volumes na Fase I, relevantes para a empresa, e consequente adição de volumes na Fase II à carta inicialmente elaborada. De modo a analisar a importância da densidade e da viscosidade da tinta no processo de enchimento, recomenda-se a investigação de diferentes volumes de enchimento discriminados por produtos que possuam a característica da qualidade em estudo semelhante, definindo intervalos para agrupar vários produtos. Exemplificando, considerando o volume de enchimento de 20L e a densidade como característica, pode-se estabelecer como um primeiro grupo os produtos que apresentem uma densidade entre $0,8 \text{ g/cm}^3$ e $1,1 \text{ g/cm}^3$, e assim sucessivamente. Este processo irá refletir o impacto que diferentes grupos de produtos têm relativamente à média e dispersão dos processos, e se se justifica a diferenciação entre grupos. Esta aplicação pode ser feita a diversas combinações entre volume de enchimento e característica, sendo que a característica deve ser escolhida consoante a sua eventual influência no momento de enchimento.

Quando se verificar a estabilidade em todos os processos, poderá ser pertinente aplicar metodologias como as cartas de controlo de somas acumuladas (*CUSUM*) ou as cartas de médias móveis exponencialmente amortecidas (*EWMA*) visto que permitem detetar pequenas alterações nos parâmetros dos processos. O mesmo se aplica para as técnicas análogas para o estudo multivariado, nomeadamente *MCUSUM* e *MEWMA*.

Referências Bibliográficas

- Albin, S. L., Kang, L., & Shea, G. (1997). An X and EWMA Chart for Individual Observations. *Journal of Quality Technology*, 28, 41–48.
- Alwan, L. C. (1992). Effects of autocorrelation on control chart performance. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 21, 1025–1049.
- Alwan, L. C., & Roberts, H. V. (1988). Time-Series Modeling for Statistical Control. *Journal of Business Economics and Statistics*, 6, 87–95.
- Bai, D. S., & Choi, I. S. (1995). X and R Control Charts for Skewed Populations. *Journal of Quality Technology*, 27, 120–131.
- Bersimis, S., Psarakis, S., & Panaretos, J. (2007). Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview. *Quality and Reliability Engineering International*, 23, 517–543.
- Box, G. E. P., & Cox, D. R. (1964). An analysis of Transformations. *Journal of the Royal Statistical Society*, 26, 211–252.
- Burr, I. W. (1967). The Effect of Non-Normality on Constants for X and R Charts. *Industrial Quality Control*, 23, 563–569.
- Castillo, E. Del, Grayson, J. M., Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (1996). A review of statistical process control techniques for short run manufacturing systems. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 25, 2723–2737.
- Chan, L. K., Cheng, S. W., & Spiring, F. A. (1988). The robustness of the process capability index Cp to departures from normality. *Statistical Theory and Data Analysis*, pp.223-239.
- Chen, J.-P., & Ding, C. G. (2001). A new process capability index for non-normal distributions. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 18, 762–770.
- Chen, K. S., & Pearn, W. L. (1997). An application of non-normal process capability indices. *Quality and Reliability Engineering International*, 13, 355–360.
- Clements, J. A. (1989). Process Capability Calculations for Non-normal Distributions. *Quality Progress*, 22, 95–100.
- Crosier, R. B. (1988). Multivariate Generalizations of Cumulative Sum Quality-Control Schemes. *Technometrics*, 30, 291–303.

- Crowder, S. V. (1989). Design of Exponentially Weighed Moving Average Schemes. *Journal of Quality Technology*, 21, 155–162.
- Deming, W. E. (1986). *Out of the Crisis*. Cambridge, Mass. : Massachusetts Institute of Technology, Center for Advanced Engineering Study.
- Drucker, P. F. (1954). *The Practice of Management*. New York: Harper & Row, Publishers, Inc.
- English, J. R., & Taylor, G. D. (1993). Process capability analysis—a robustness study. *International Journal of Production Research*, 31, 1621–1635.
- Feigenbaum, A. V. (1983). *Total Quality Control* (3ª edição). McGraw-Hill.
- Fisher, R. A. (1922). On the Interpretation of χ^2 from Contingency Tables, and the Calculation of P. *Journal of the Royal Statistical Society*, 85, 87–94.
- Gomes, P. J. P. (2004). A evolução do conceito de qualidade: dos bens manufacturados aos serviços de informação. *Associação Portuguesa de Bibliotecários, Arquivistas e Doumentalistas (BAD)*, 2004, 6–18.
- Hawkins, D. M. (1991). Multivariate Control Based on Quality Variables. *Technometrics*, 33, 61–75.
- Hayter, A. J., & Tsui, K. L. (1994). Identification and quatification in multivariate quality control problems. *Journal of Quality Technology*, 26, pp, 197-208.
- Hoerl, R. W., & Palm, A. C. (1992). Discussion: Integrating SPC and APC. *Technometrics*, 34, 268–272.
- Holmes, D. S., & Mergen, A. E. (1998). A Multivariate Test for Randomness. *Quality Engineering*, 10, 505–508.
- Hotelling, H. (1947). *Multivariate Quality Control*. (Eisenhart, Hastay, & Wallis, Eds.) (Techniques). New York: McGraw-Hill.
- Hsiang, T. C., & Taguchi, G. (1985). Tutorial on Quality Control and Assurance - The Taguchi Methods. In *Joint Meetings of the American Statistical Association* (p. pp.188). Las Vegas, Nevada.
- Hunter, J. S. (1986). The Exponentially Weighed Moving Average. *Journal of Quality Technology*, 18, 203–210.
- Ishikawa, K. (1976). *Guide to Quality Control*. Hong Kong: Asian Productivity Organization.
- Jackson, E. J. (1985). Multivariate Quality Control. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 14, 2657–2688.

- Juran, J. (1998). *Juran's Quality Control Handbook*. McGrawHill (5th ed.). New York: McGraw-Hill.
- Kane, V. E. (1986). Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 18, 41–52.
- Kotz, S., & Johnson, N. L. (1993). *Process Capability Indices*. London: Chapman & Hall.
- Kotz, S., & Johnson, N. L. (2002). Process Capability Indices—A Review, 1992–2000. *Journal of Quality Technology*, 34(1), 2–19.
- Kotz, S., & Lovelace, C. R. (1998). *Process Capability Indices in Theory and Practice*. London: Arnold.
- Kourti, T. (2005). Application of latent variable methods to process control and multivariate statistical process control in industry. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 19, 213–246.
- Lilliefors, H. W. (1967). On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown. *Journal of the American Statistical Association*, 62, 399–402.
- Looney, S. W. (1995). How to use tests for univariate normality to assess multivariate normality. *American Statistician*, 49, 64–70.
- Lowry, C. A., & Montgomery, D. C. (1995). A review of multivariate control charts. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 27, 800–810.
- Lowry, C. A., Woodall, W. H., Champ, C. W., & Rigdon, S. E. (1992). Multivariate Exponentially Weighed Moving Average Control Charts. *Technometrics*, 29, 46–53.
- Lucas, J. M., & Saccucci, M. S. (1990). Exponentially Weighed Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements. *Technometrics*, 32, 1–12.
- Mast, J. de. (2008). A history of Industrial Statistics and quality and efficiency improvement. *Statistical Practice in Business and Industry*, 15–28.
- Mastrangelo, C. M., & Montgomery, D. C. (1995). SPC with correlated observations for the chemical and process industries. *Quality and Reliability Engineering International*, 11, 79–89.
- Mccormack, D. W., Harris, I. R., Spagon, P. D., & Hurwitz, A. M. (2000). Capability Indices For Non-Normal Data, 12, 489–495.
- Mitra, A. (2008). *Fundamentals of Quality Control and Improvement* (3ª Edição). New Jersey: John Wiley & Sons.
- Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons Inc. John Wiley & Sons.

- Montgomery, D., & Runger, G. (2013). *Applied Statistics and Probability for Engineers* (6ª Edição). John Wiley & Sons.
- Ng, C. H., & Case, K. E. (1989). Development and Evaluation of Control Charts Using Exponentially Weighed Moving Averages. *Journal of Quality Technology*, 21, 242–250.
- Oakland, J. S. (2003). *Statistical Process Control* (5ª Edição). Butterworth Heinemann.
- Page, E. S. (1955). Control Charts with Warning Lines. *Biometrika Trust*, 42, 243–257.
- Palm, A. C. (2000). Discussion. *Journal of Quality Technology*, 32, 356–360.
- Pan, J. N., & Lee, C. Y. (2010). New capability indices for evaluating the performance of multivariate manufacturing processes. *Quality and Reliability Engineering International*, 26, 3–15.
- Pearn, W. L., Chen, K. S., & Lin, G. H. (1999). A generalization of Clements' method for non-normal Pearsonian processes with asymmetric tolerances. *International Journal of Quality and Reliability Management*, 16, 507–521.
- Pearn, W. L., & Kotz, S. (1994). Application of clements' method for calculating second- and third-generation process capability indices for non-normal pearsonian populations. *Quality Engineering*, 7, 139–145.
- Pearn, W. L., Kotz, S., & Johnson, N. L. (1992). Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 24, pp.216-231.
- Pearson, K. F. R. S. (1900). X. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *Philosophical Magazine Series 5*, 50, 157–175.
- Pereira, Z. L., & Requeijo, J. G. (2012). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos* (2ª Edição). Fundação FCT/UNL.
- Pignatiello, J. J., & Runger, G. C. (1990). Comparisons of Multivariate CUSUM Charts. *Journal of Quality Technology*, 22, 173–186.
- Pires, A. R. (2016). *Sistemas de Gestão da Qualidade - Ambiente, Segurança, Responsabilidade Social, Indústria e Serviços* (2ª Edição). Edições Sílabo, Lda.
- Quesenberry, C. P. (1997). *SPC Methods for Quality Improvement*. New York: John Wiley & Sons.
- Reis, E. (2001). *Estatística Multivariada Aplicada* (2ª Edição). Lisboa: Edições Sílabo, Lda.
- Requeijo, J. G. (2004). *Técnicas Avançadas do Controlo Estatístico do Processo*. Universidade Nova de

Lisboa - Faculdade de Ciências e Tecnologia.

- Reynolds, M. R., & Lu, C. W. (1997). Control charts for monitoring processes with autocorrelated data. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, 30, 4059–4067.
- Roberts, S. W. (1959). Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages. *Technometrics*, 1, 239–250.
- Royston, J. P. (1982). An Extension of Shapiro and Wilk's W Test for Normality to Large Samples. *Applied Statistics*, 31, 115–124.
- Schilling, E. G., & Nelson, P. R. (1976). The Effect of Non-Normality on the Control Limits of X Charts. *Journal of Quality Technology*, 8, 192–188.
- Schneider, H., Pruett, J., & Lagrange, C. (1995). Uses of Process Capability Indices in the Supplier Certification Process. *Quality Engineering*, 8, 225–235.
- Shahriari, H., & Abdollahzadeh, M. (2009). A new multivariate process capability index. *Quality Engineering*, 21, 290–299.
- Shahriari, H., Hubele, F. N., & Lawrence, F. P. (1995). A Multivariate Process Capability Vector. In *Proceeding of the 4th Engineering Research Conference* (pp. 304–308). Institute of Industrial Engineers.
- Shewhart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product* (7ª Edição). D. Van Nostrand Company.
- Small, N. J. H. (1980). Marginal skewness and kurtosis in testing multivariate normality. *Journal of the Royal Statistical Society*, 29, 85–87.
- Spedding, T. A., & Rawlings, P. L. (1994). Non-normality in Statistical Process Control Measurements. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 11, 27–37.
- Spiring, F., Leung, B., Cheng, S., & Yeung, A. (2003). A Bibliography of Process Capability Papers. *Quality and Reliability Engineering International*, 19, 445–460.
- Sturges, H. A. (1926). The Choice of a Class Interval. *Journal of the American Statistical Association*, 21, 65–66.
- Taam, W., Subbaiah, P., & Liddy, J. W. (1993). A note on multivariate capability indices. *Journal of Applied Statistics*, 20, 339–351.
- Taguchi, G. (1986). *Introduction to quality engineering: designing quality into products and processes*.

- Tokyo: Asian Productivity Organization.
- Tracy, N. D., Young, J. C., & Mason, R. L. (1992). Multivariate Control Charts for Individual Observations. *Journal of Quality Technology*, 24, 88–95.
- Wadsworth, H. M., Stephens, K. S., & Godfrey, A. B. (1986). *Modern Methods for Quality Control and Improvement*. Wiley, New York.
- Wang, F. K., & Chen, J. C. (1998). Capability Index Using Principal Components Analysis. *Quality Engineering*, 11, 21–27.
- Wardell, D. G., Moskowitz, H., & Plante, R. D. (1992). Control Charts in the Presence of Data Correlation. *Management Science*, 38, 1084–1105.
- Western Electric Company. (1956). *Statistical Quality Control Handbook* (1ª Edição). Western Electric Company, Inc.
- Wheeler, D. J. (1995). *Advanced Topics in Statistical Process Control* (2ª Edição). Knoxville, Tennessee: SPC Press.
- Wise, S. A., & Fair, D. C. (1998). *Innovative control charting: practical SPC solutions for today's manufacturing environment*. Milwaukee, Wisconsin: ASQ Quality Press.
- Woodall, W. H. (2000). Controversies and contradictions in statistical process control. *Journal of Quality Technology*, 32, 341–350.
- Woodall, W. H., & Ncube, M. M. (1985). Multivariate CUSUM Control Quality- Procedures. *Technometrics*, 27, 285–292.
- Wortham, A. W., & Ringer, L. J. (1971). Control Via Exponential Smoothing. *The Logistic Review*, 27, 285–292.
- Xekalaki, E., & Perakis, M. (2002). The Use of Principal Components Analysis in the Assessment of Process Capability Indices. *Joint Statistical Meetings*, 3819–3823.

ANEXOS

Anexo I. Tabelas Auxiliares

Tabela I.1 - Distribuição da Estatística D (Kolmogorov-Smirnov)

$\alpha \backslash n$	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
1	0,900	0,925	0,950	0,975	0,995
2	0,684	0,726	0,776	0,842	0,929
3	0,565	0,597	0,642	0,708	0,828
4	0,494	0,525	0,564	0,624	0,733
5	0,446	0,474	0,510	0,565	0,669
6	0,410	0,436	0,470	0,521	0,618
7	0,381	0,405	0,438	0,486	0,577
8	0,358	0,381	0,411	0,457	0,543
9	0,339	0,360	0,388	0,432	0,514
10	0,322	0,342	0,368	0,410	0,490
11	0,307	0,326	0,352	0,391	0,468
12	0,295	0,313	0,338	0,375	0,450
13	0,284	0,302	0,325	0,361	0,433
14	0,274	0,292	0,314	0,349	0,418
15	0,266	0,283	0,304	0,338	0,404
16	0,258	0,274	0,295	0,328	0,392
17	0,250	0,266	0,286	0,318	0,381
18	0,244	0,259	0,278	0,309	0,371
19	0,237	0,252	0,272	0,301	0,363
20	0,231	0,246	0,264	0,294	0,356
25	0,210	0,220	0,240	0,270	0,320
30	0,190	0,200	0,220	0,240	0,290
35	0,180	0,190	0,210	0,230	0,270
> 35	$\frac{1,07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,14}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{n}}$

Tabela I.2 - Distribuição da Estatística D (Lilliefors)

Valores críticos da distribuição da estatística $D = \sup_x |S(x) - F_0(x)|$ para populações Normais e parâmetros estimados a partir de amostras de dimensão n .

N	α				
	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
4	0,300	0,319	0,352	0,381	0,417
5	0,285	0,299	0,315	0,337	0,405
6	0,265	0,277	0,294	0,316	0,364
7	0,247	0,258	0,276	0,300	0,348
8	0,233	0,244	0,261	0,285	0,331
9	0,223	0,233	0,249	0,271	0,311
10	0,215	0,224	0,239	0,258	0,294
11	0,206	0,217	0,230	0,249	0,284
12	0,199	0,212	0,223	0,242	0,275
13	0,190	0,202	0,214	0,234	0,268
14	0,183	0,194	0,207	0,227	0,261
15	0,177	0,187	0,201	0,220	0,257
16	0,173	0,182	0,195	0,213	0,250
17	0,169	0,177	0,189	0,206	0,245
18	0,166	0,173	0,184	0,200	0,239
19	0,163	0,169	0,179	0,195	0,235
20	0,160	0,166	0,174	0,190	0,231
25	0,149	0,153	0,165	0,180	0,203
30	0,131	0,136	0,144	0,161	0,187
> 30	$\frac{0,736}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,768}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,805}{\sqrt{n}}$	$\frac{0,886}{\sqrt{n}}$	$\frac{1,031}{\sqrt{n}}$

Tabela I.3 - Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis

Dimensão Amostra n	carta de médias			cartas de desvios padrão						cartas de amplitudes			
	fatores limites controle			fatores linha central		fatores limites controle				fatores limites controle			
	A	A _c	A _s	d ₁	c ₁	B _s	B _u	B _s	B _u	d _s	D _u	D _s	D _u
2	2,121	1,881	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,687	5,469	0,223
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459

Anexo II. Hempel (Portugal), Lda.

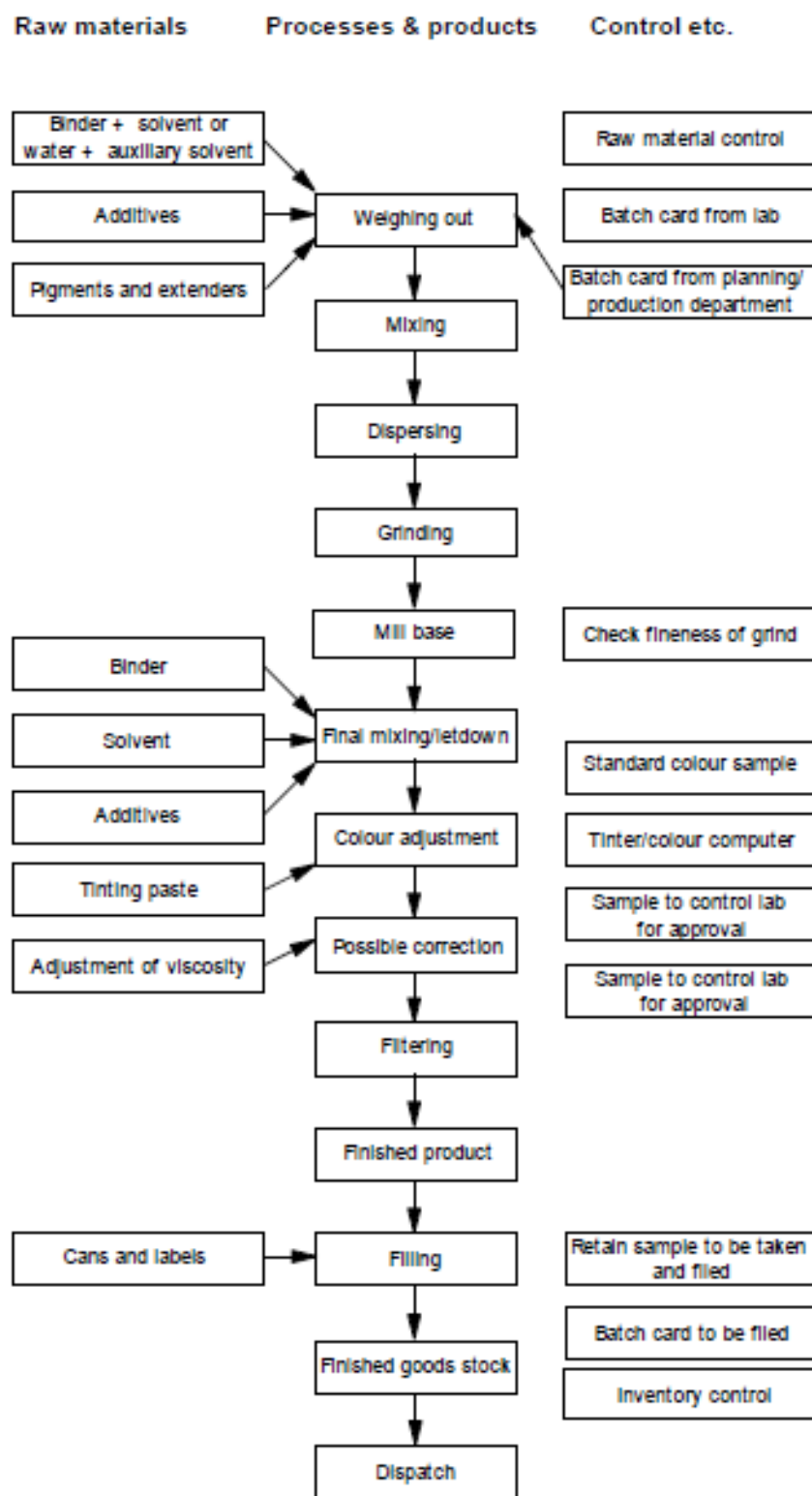


Figura II.1 - Esquema de produção de tintas (Fonte: Hempel)

Anexo III. Processo de Produção de Tinta – Estudo Univariado

III.1. Cartas de Controle

Produto A

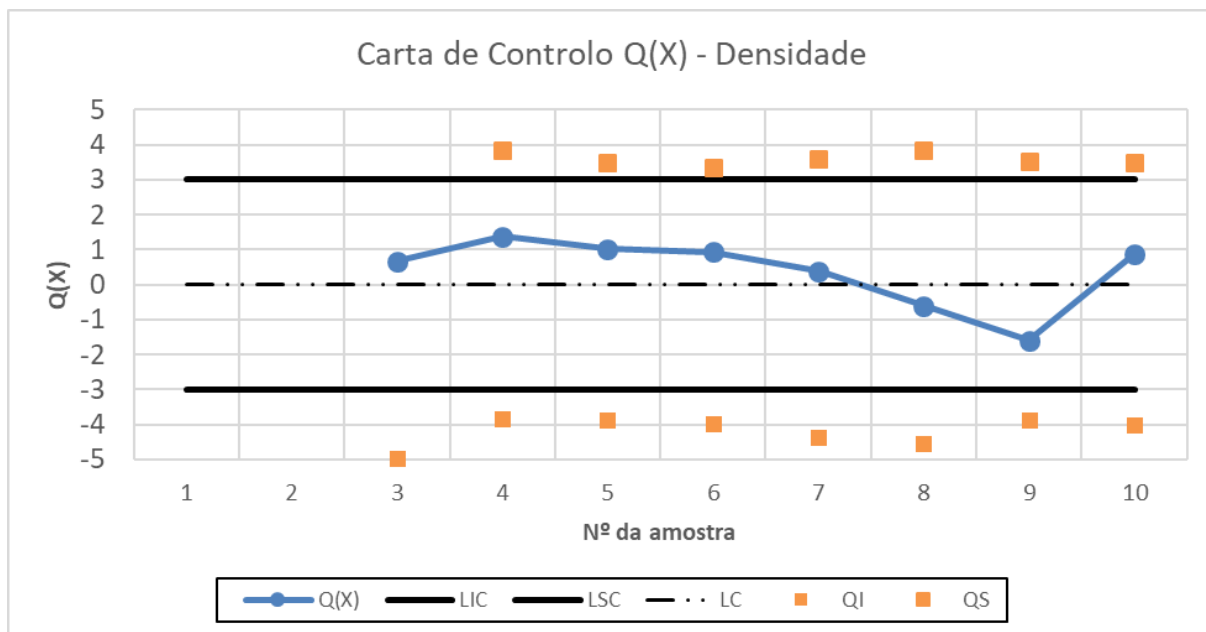


Figura III.1 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto A

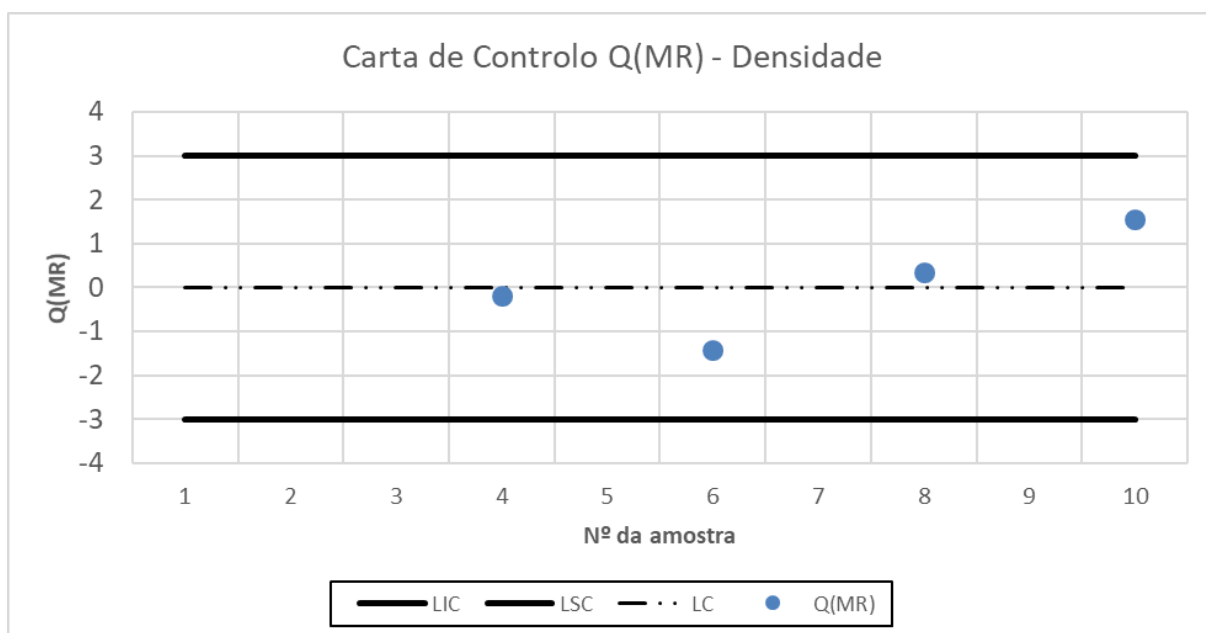


Figura III.2 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto A

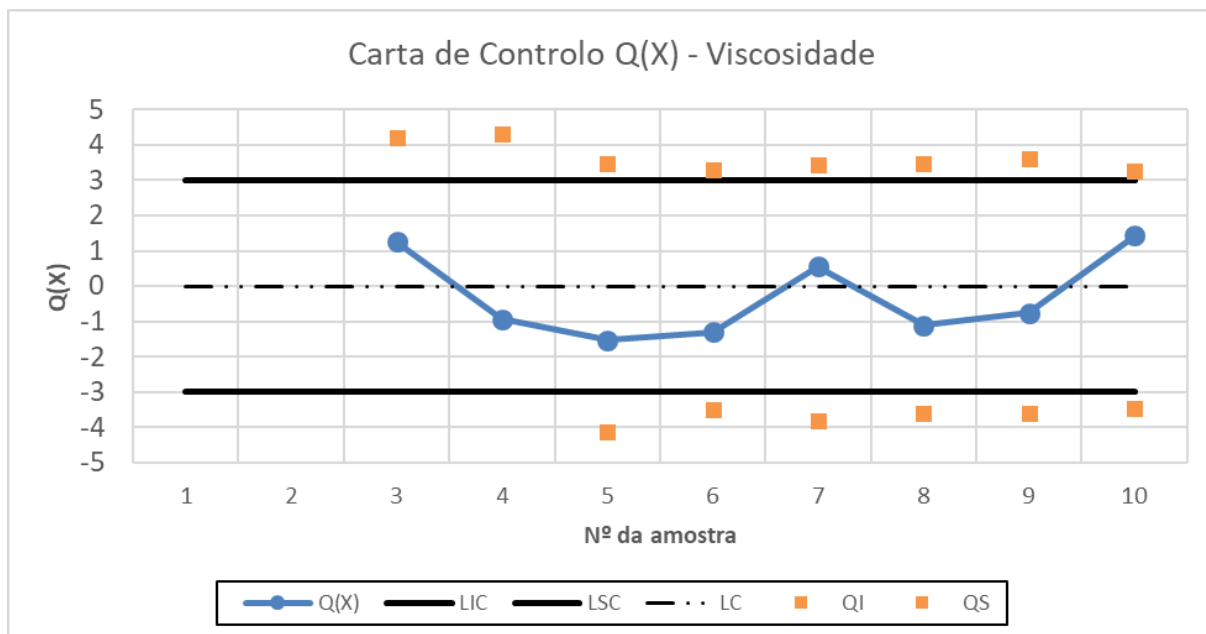


Figura III.3 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto A

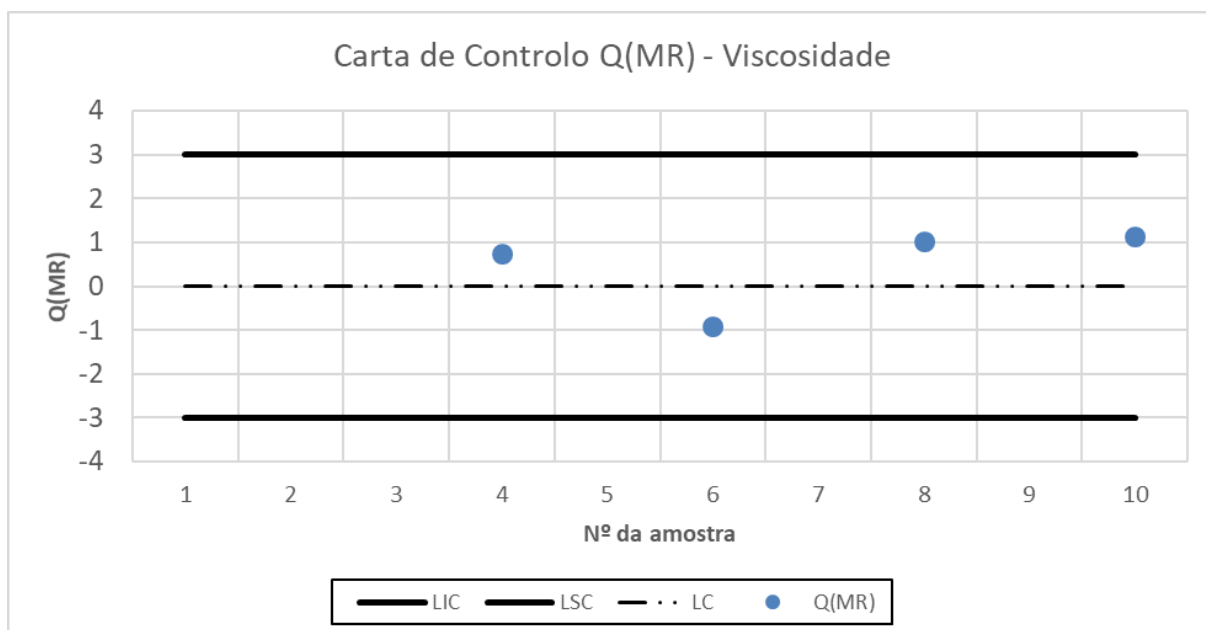


Figura III.4 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto A

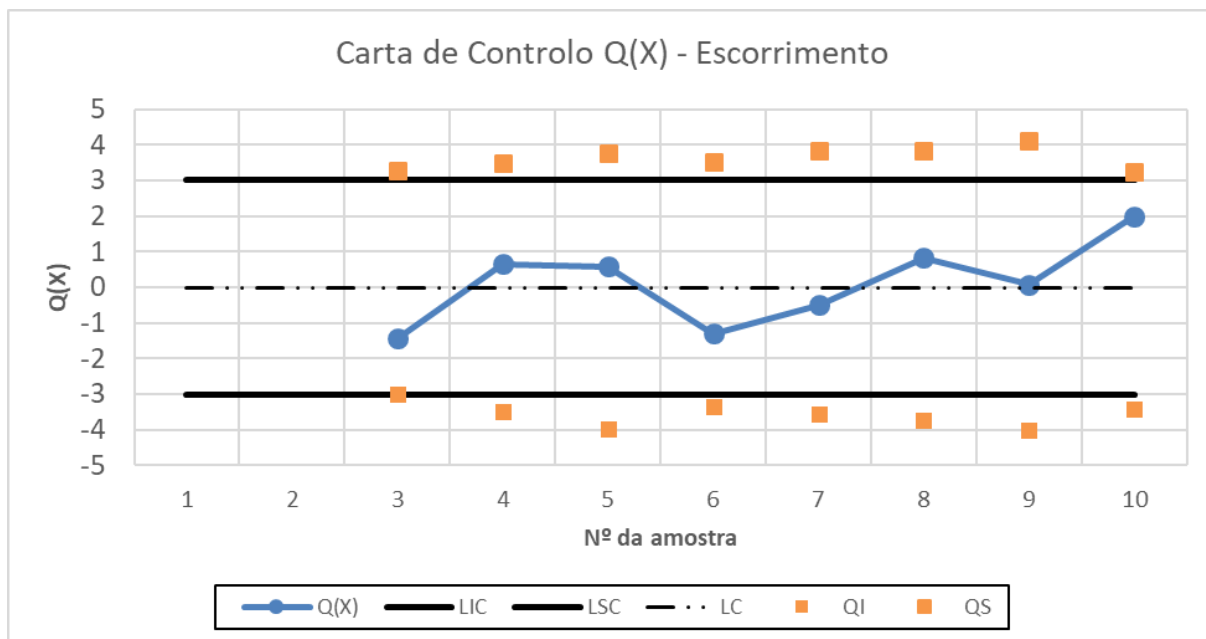


Figura III.5 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto A

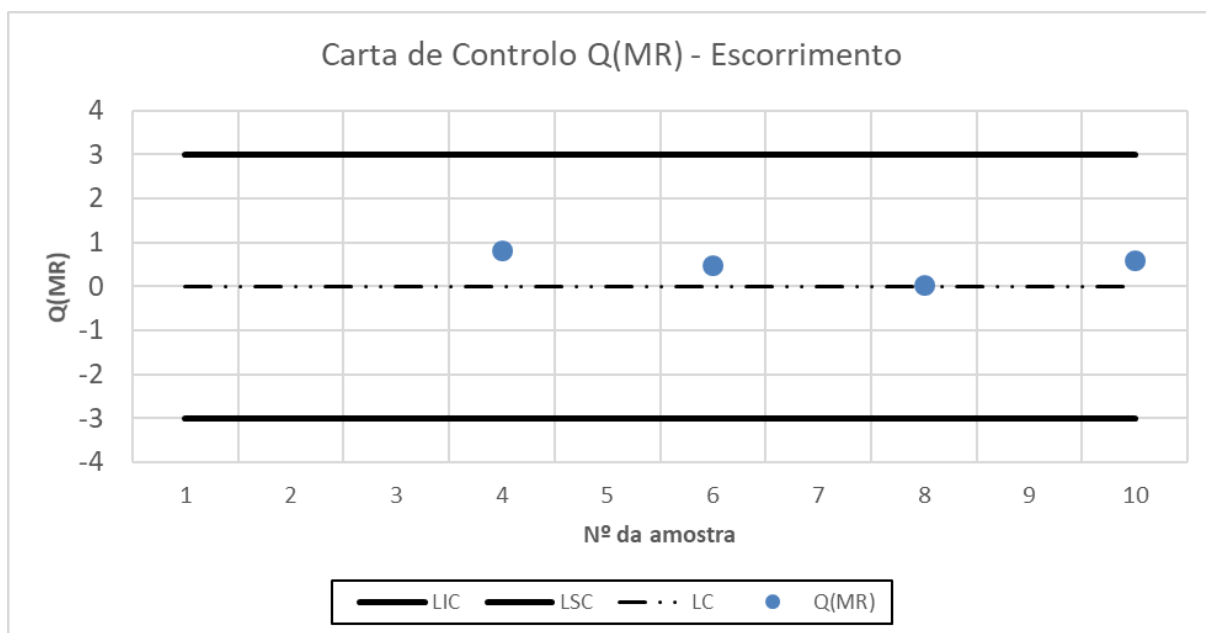


Figura III.6 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto A

Produto B

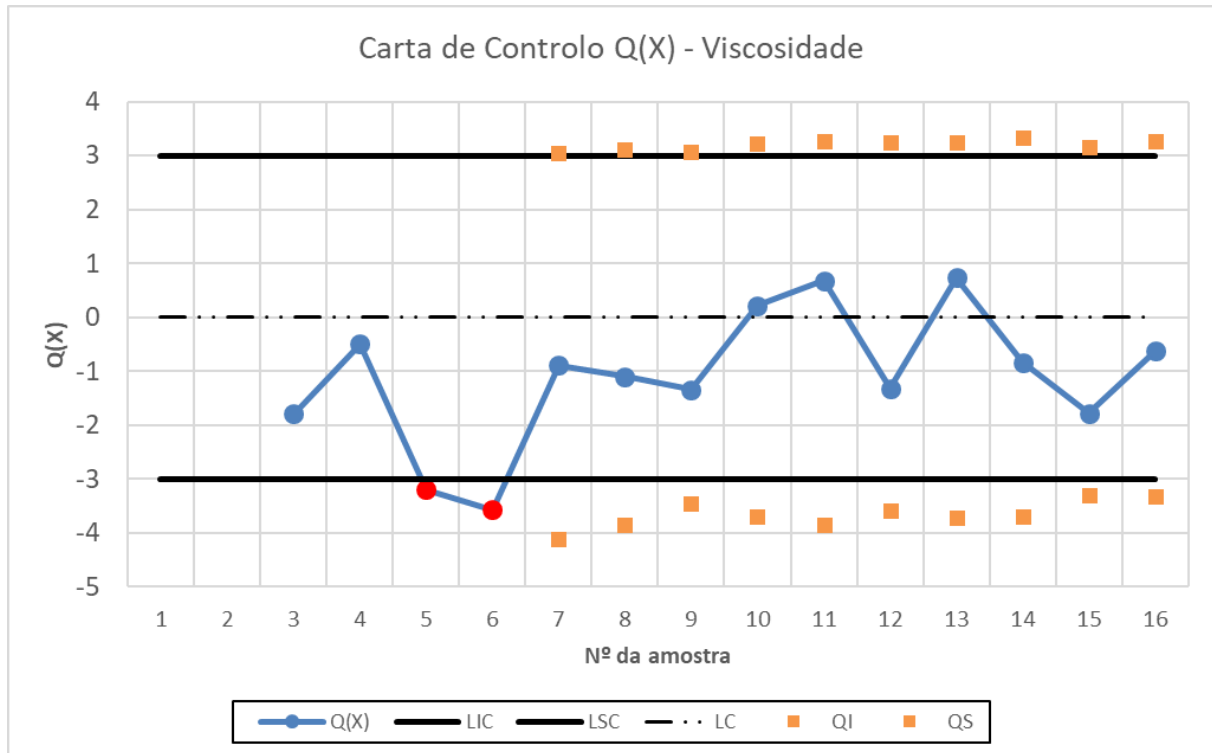


Figura III.7 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto B

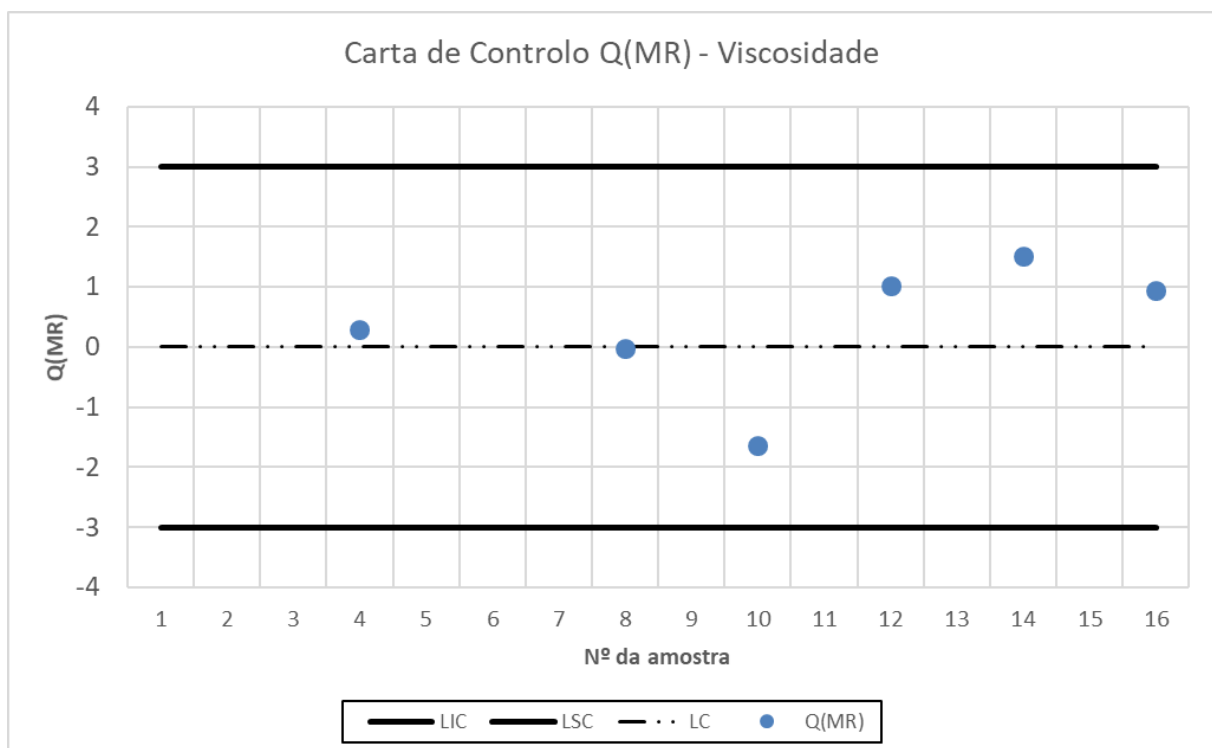


Figura III.8 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto B

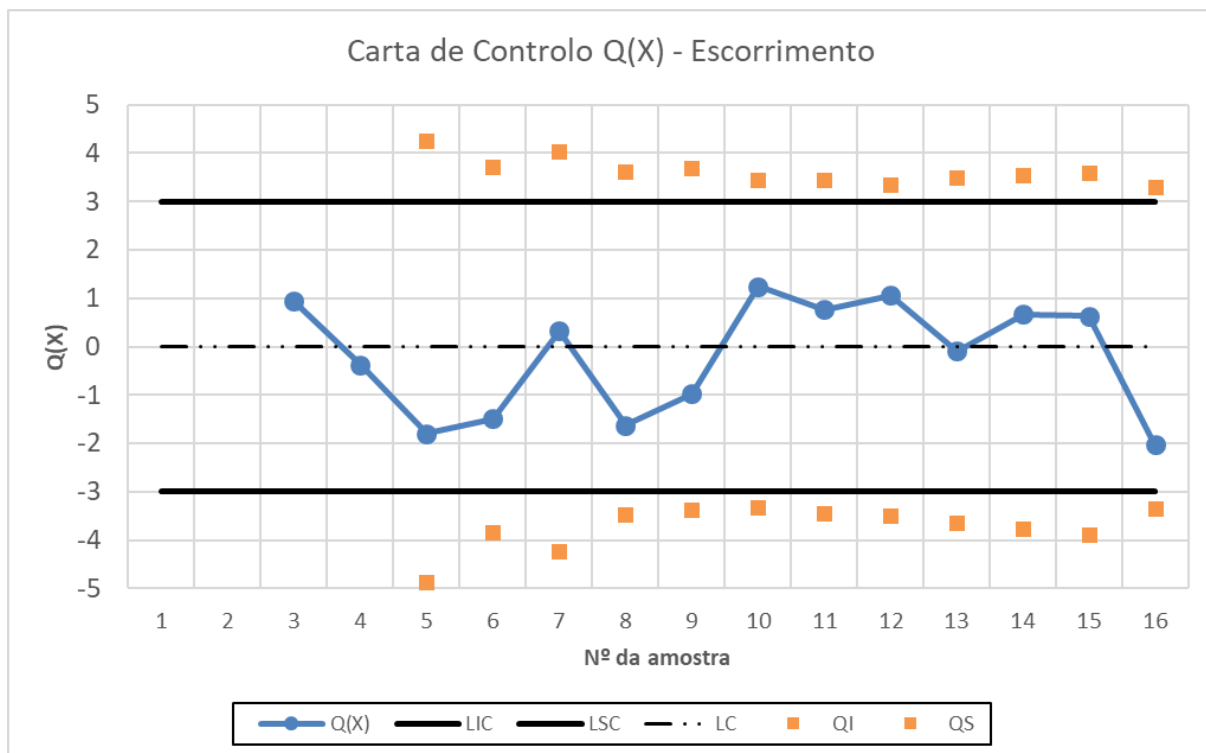


Figura III.9 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto B

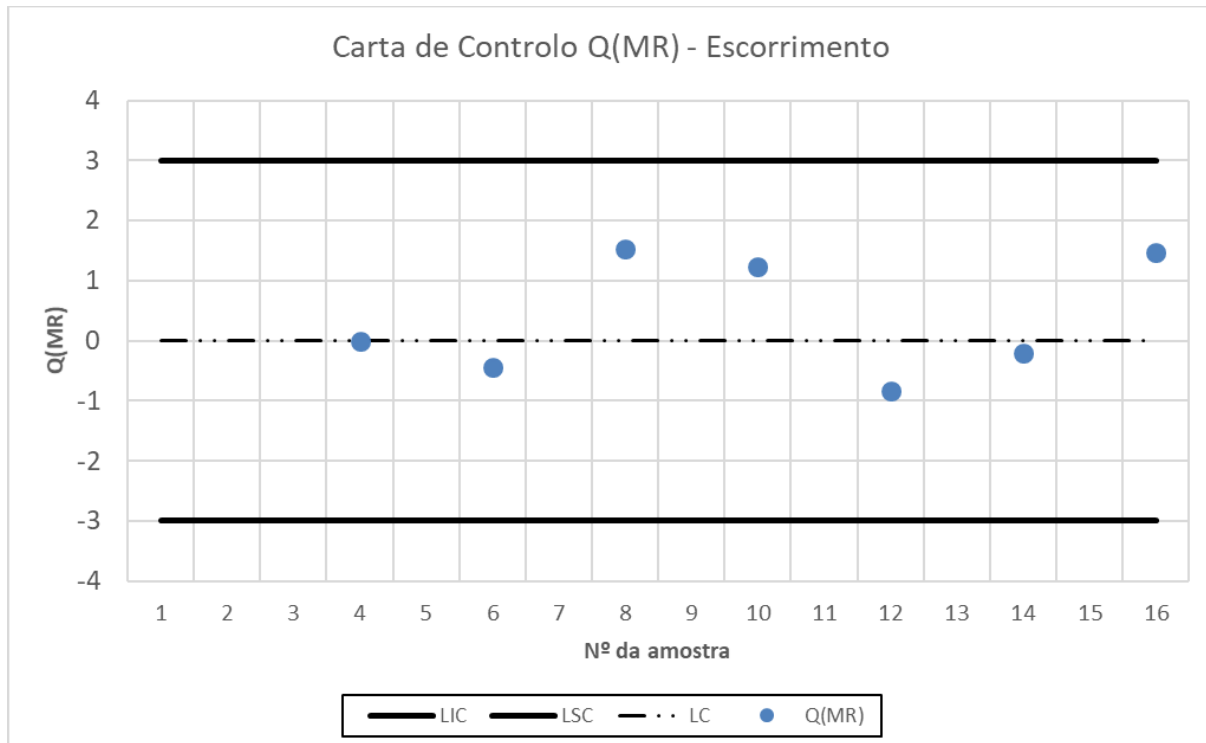


Figura III.10 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto B

Produto C

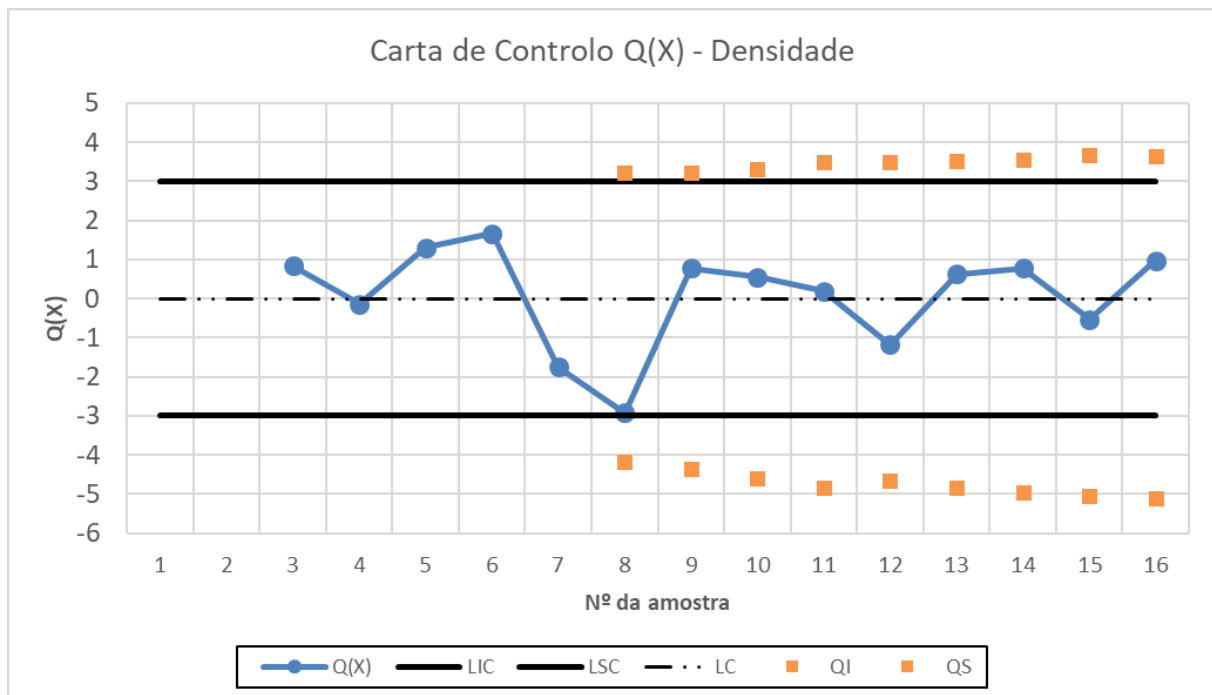


Figura III.11 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto C

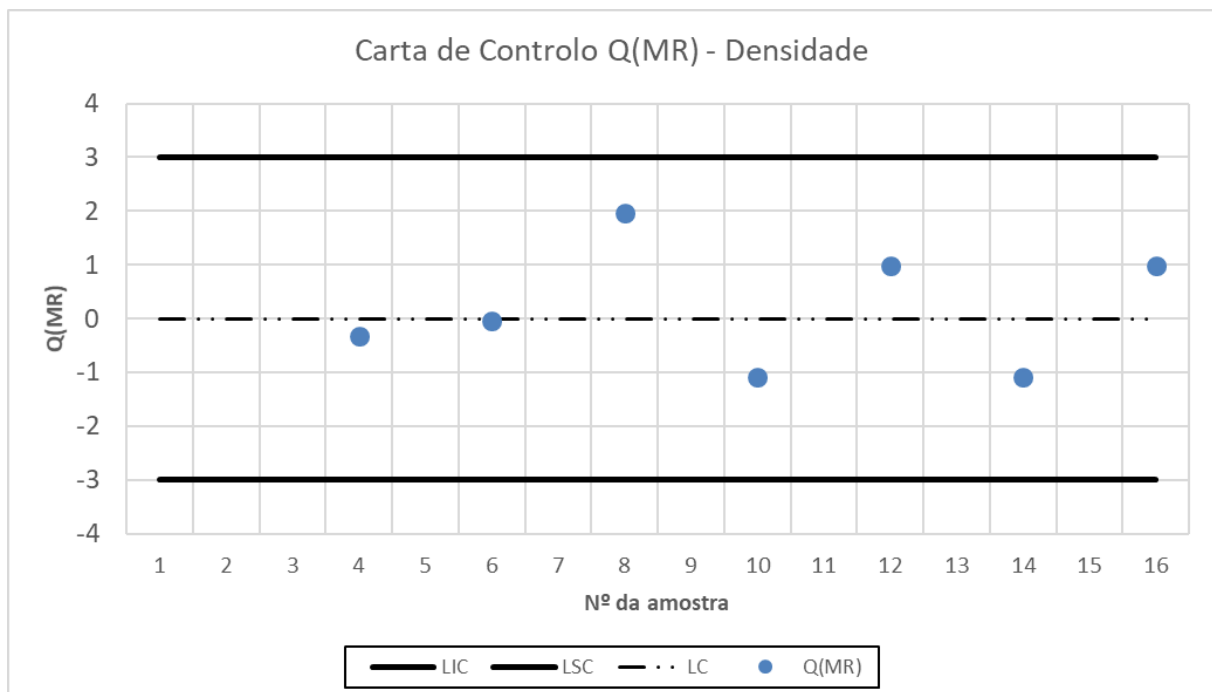


Figura III.12 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto C

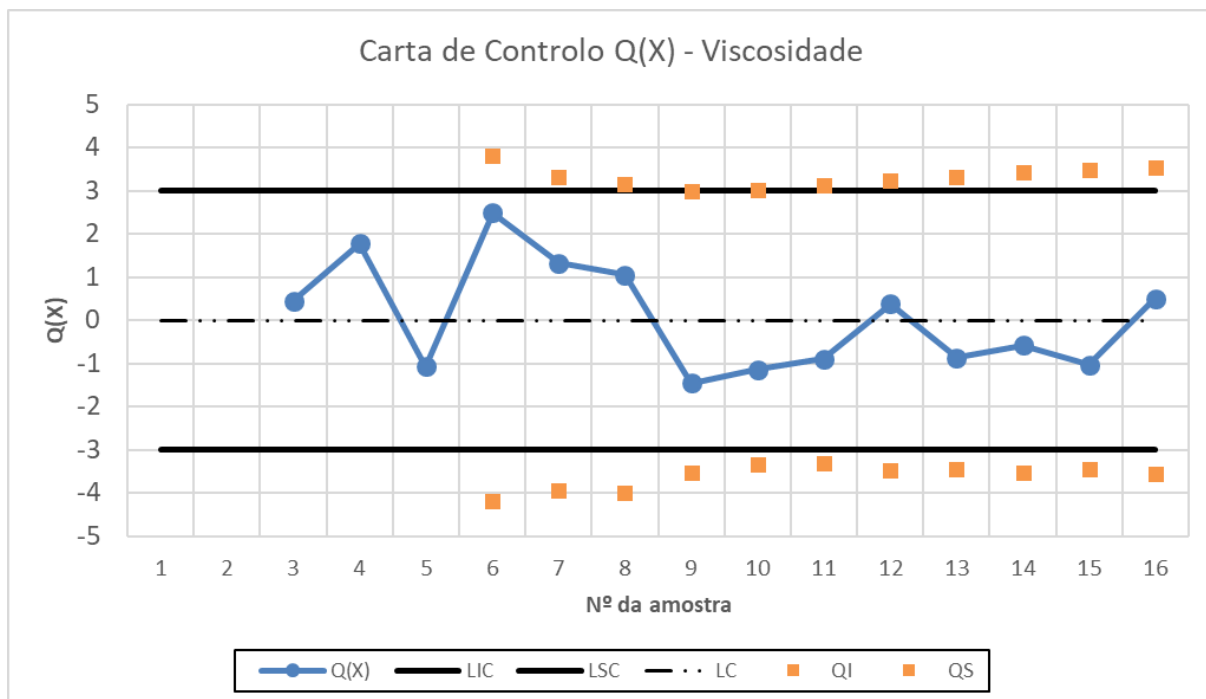


Figura III.13 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto C

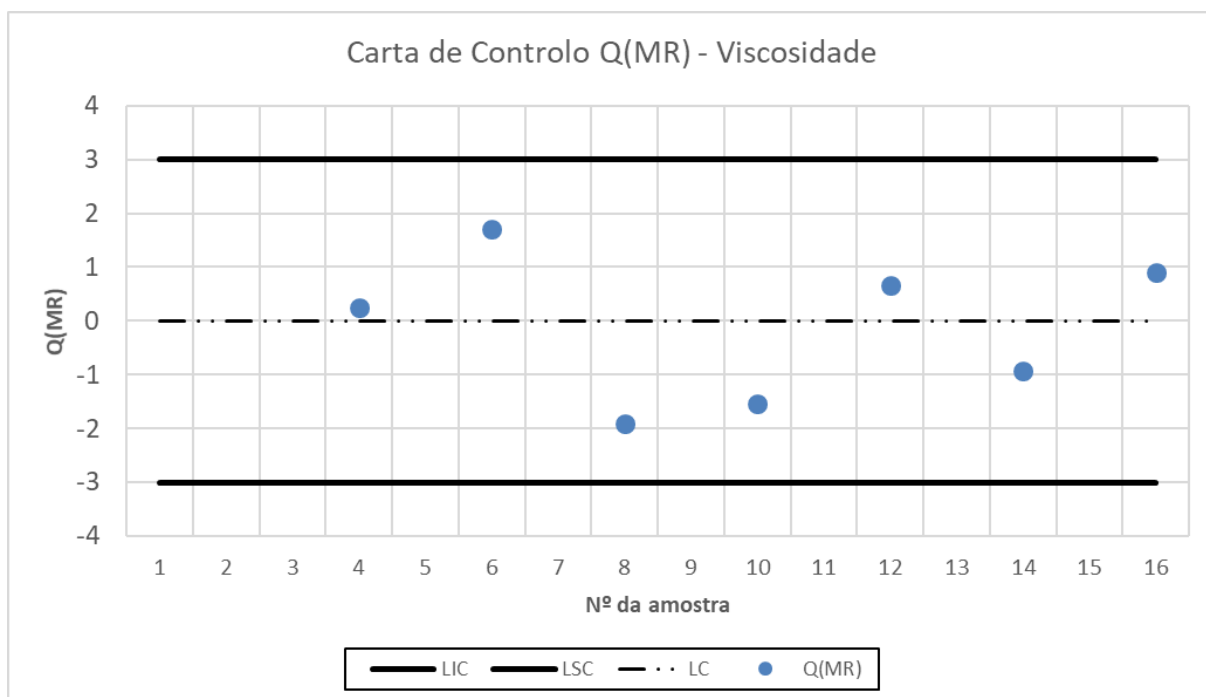


Figura III.14 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto C

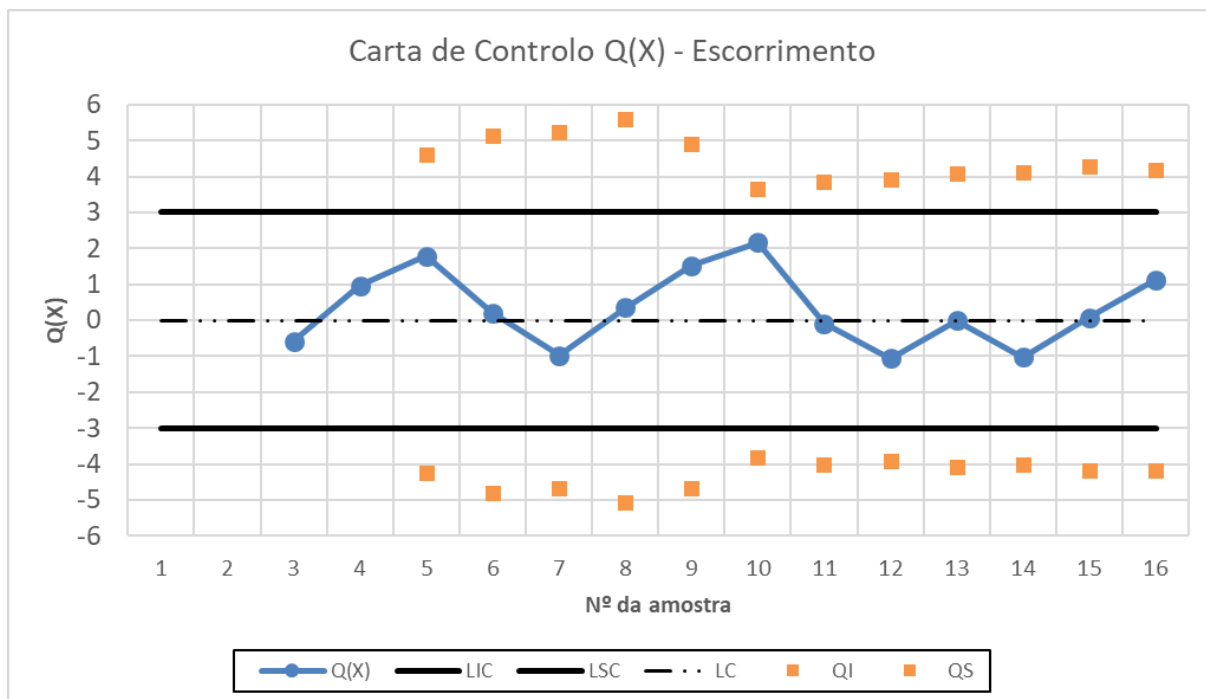


Figura III.15 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto C

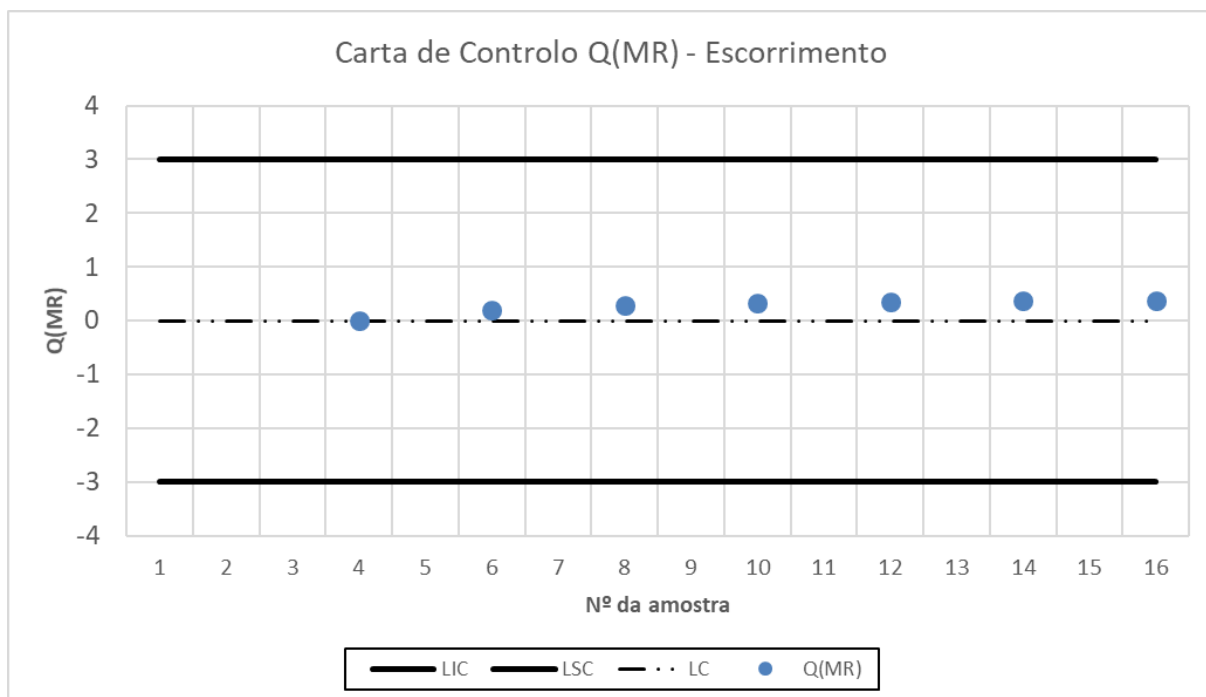


Figura III.16 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto C

Produto D

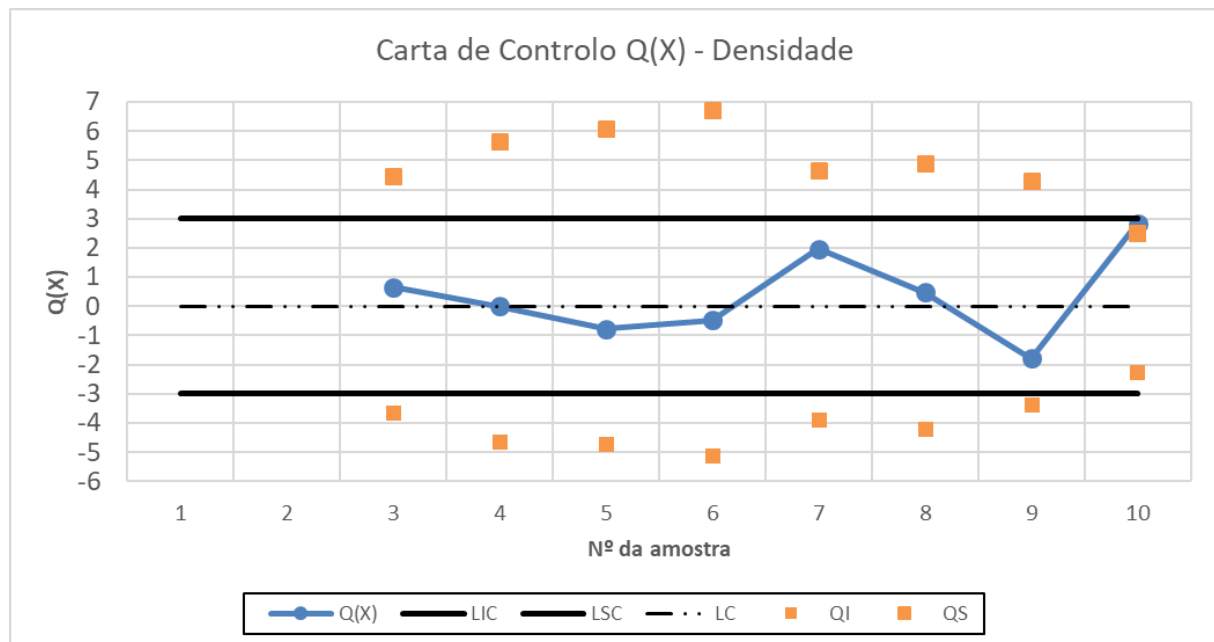


Figura III.17 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto D

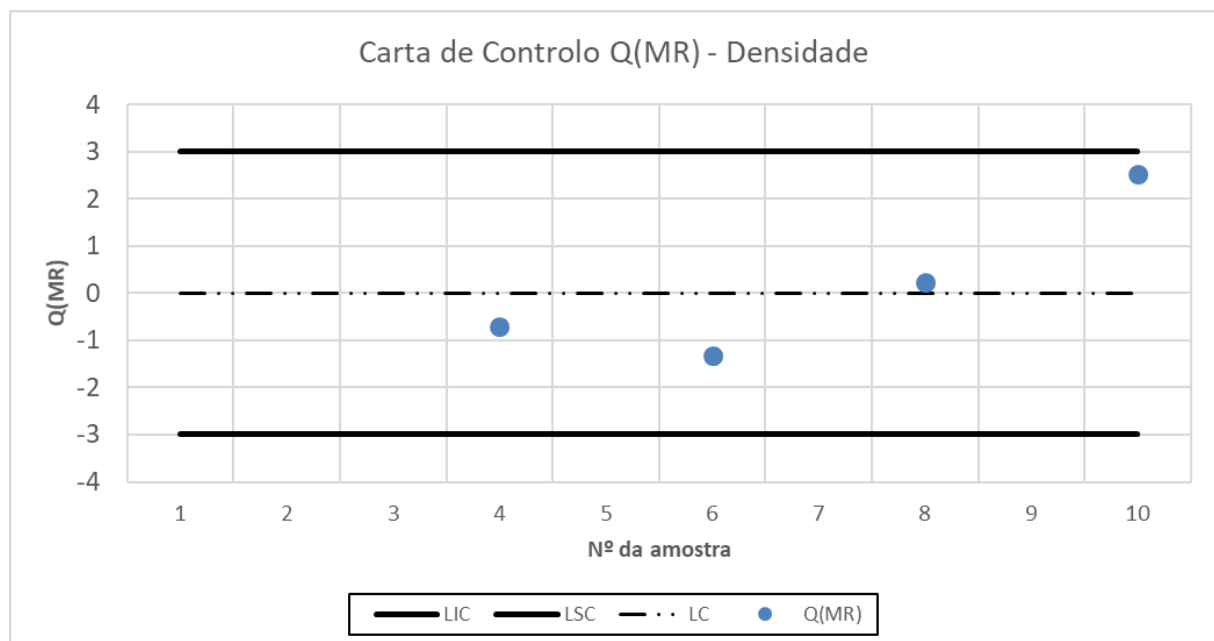


Figura III.18 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto D

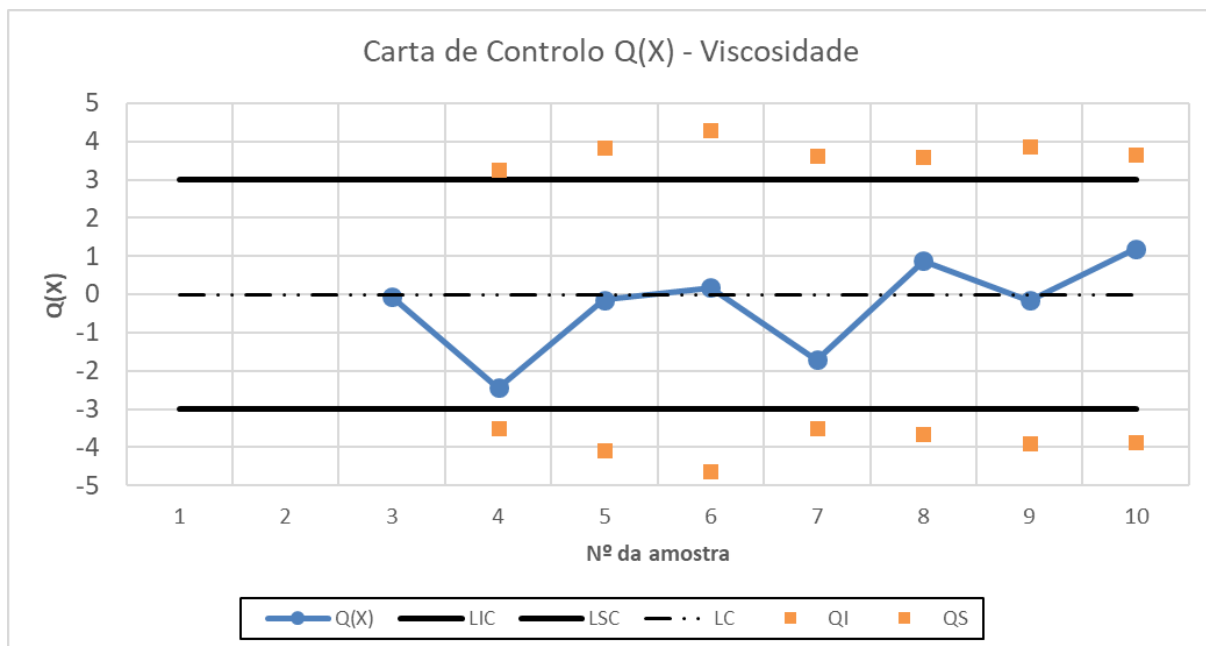


Figura III.19 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto D

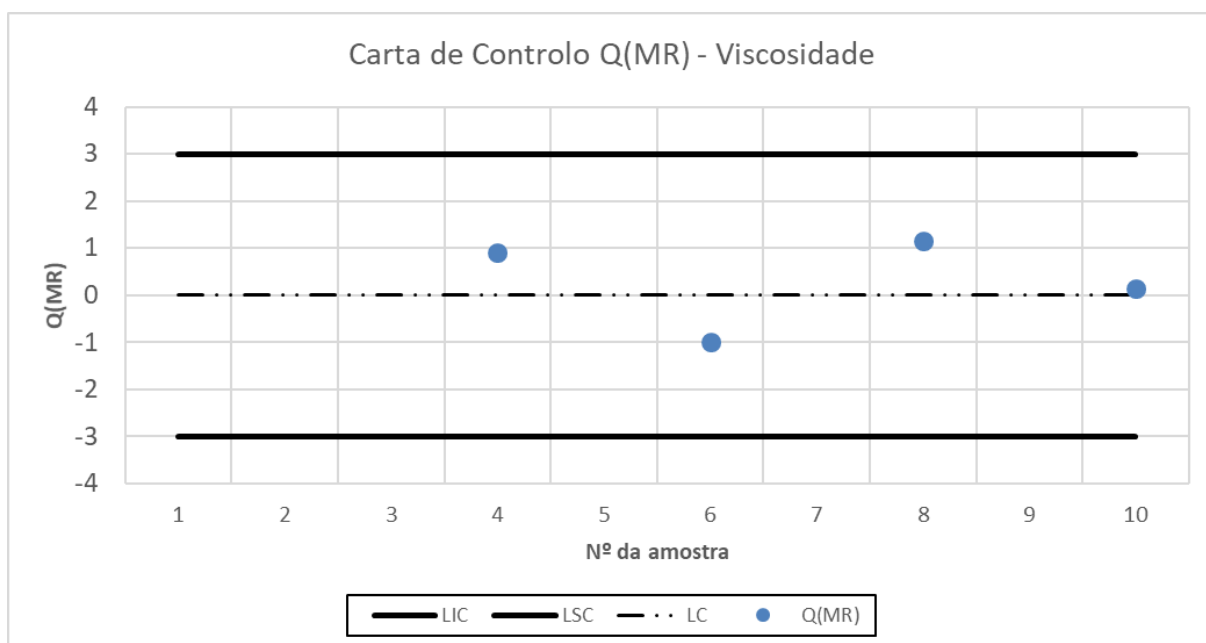


Figura III.20 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto D

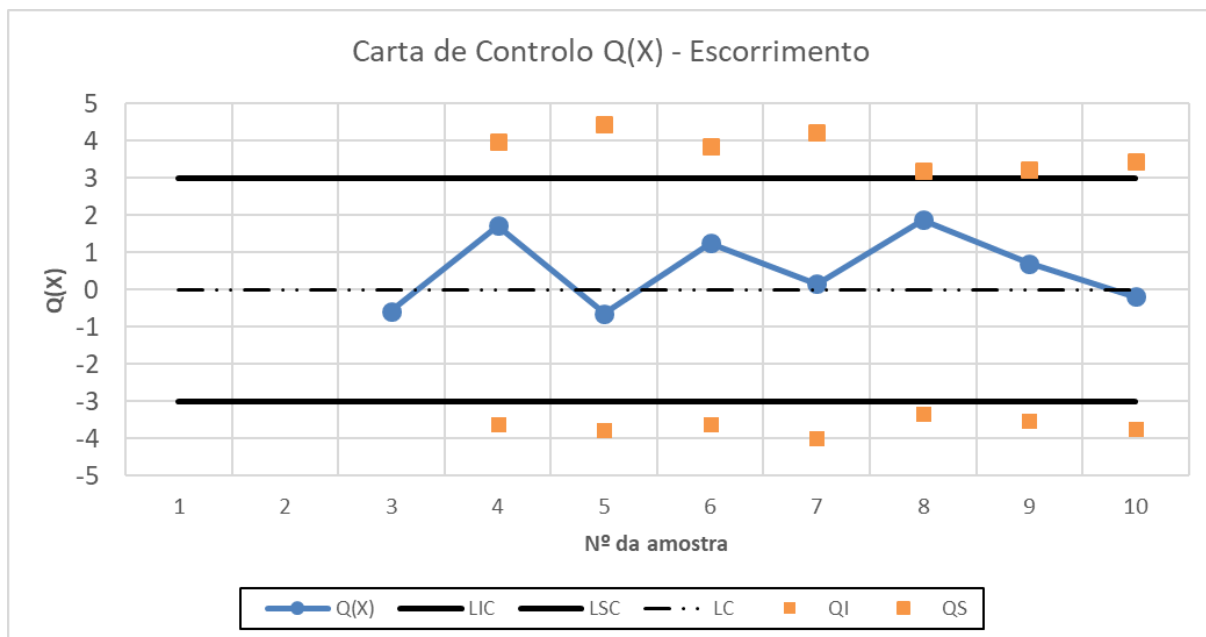


Figura III.21 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto D

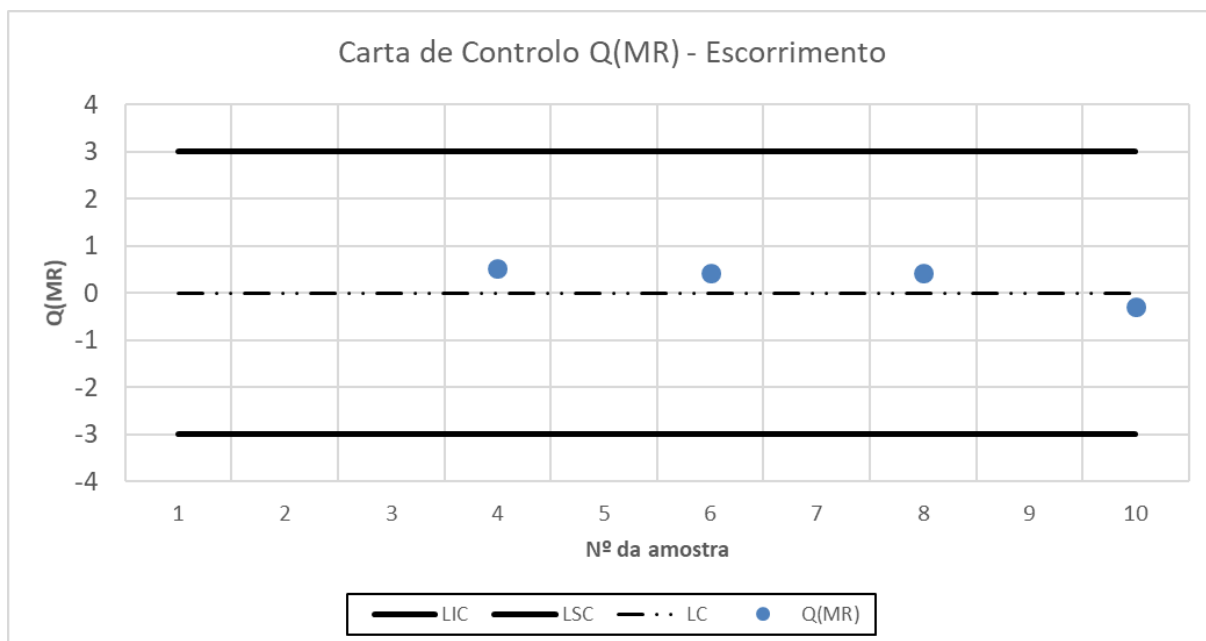


Figura III.22 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto D

Produto E

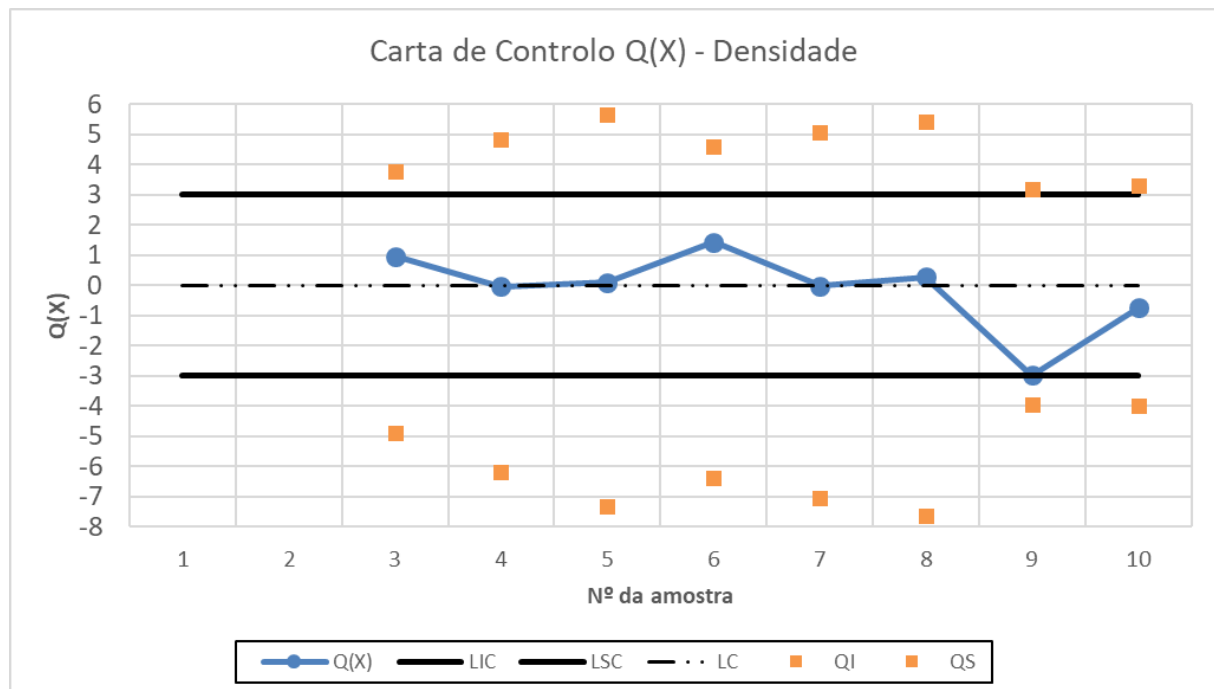


Figura III.23 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto E

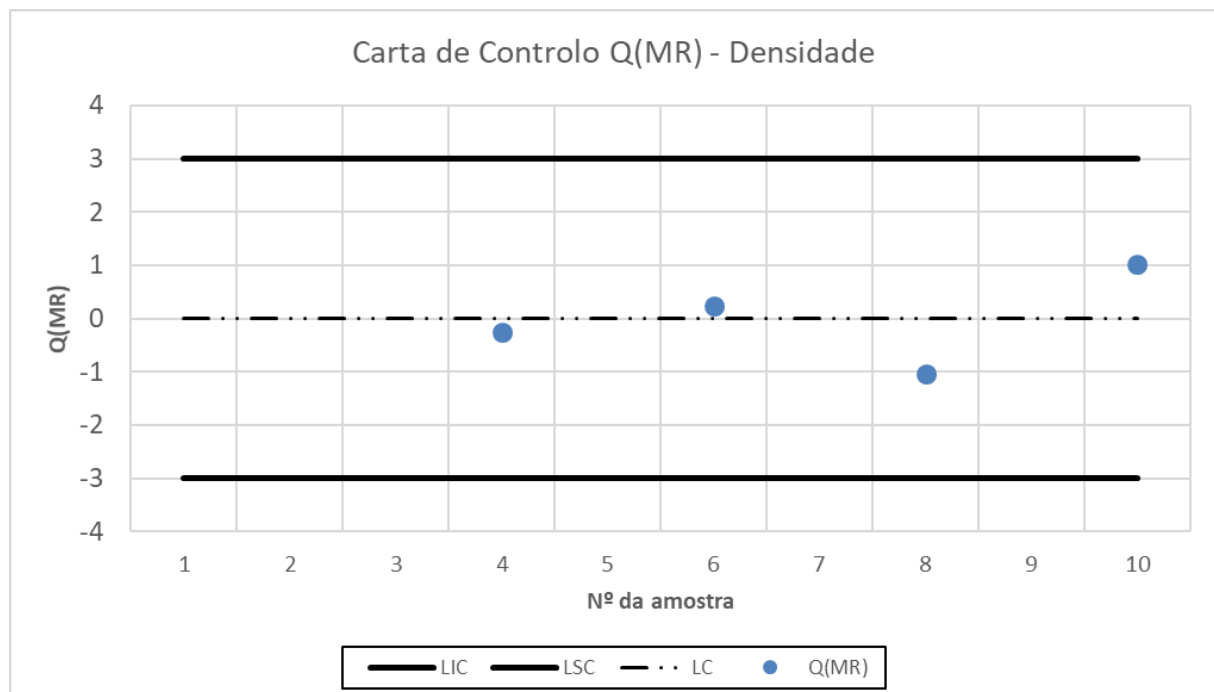


Figura III.24 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto E

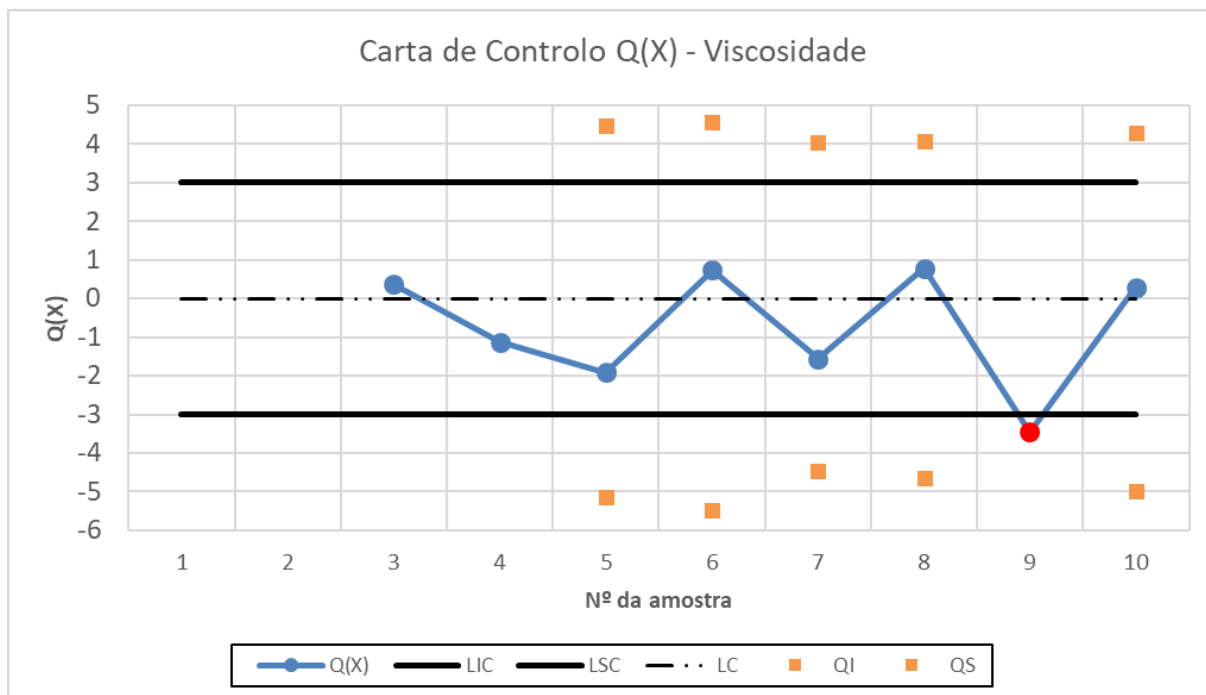


Figura III.25 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto E

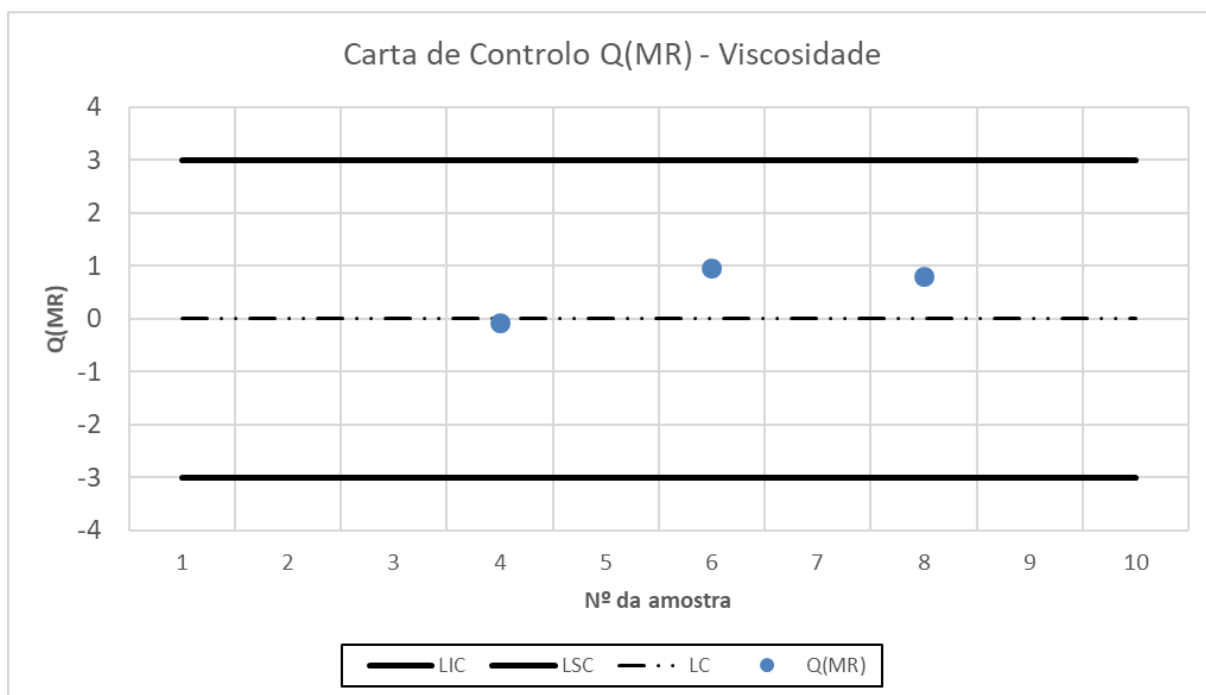


Figura III.26 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto E

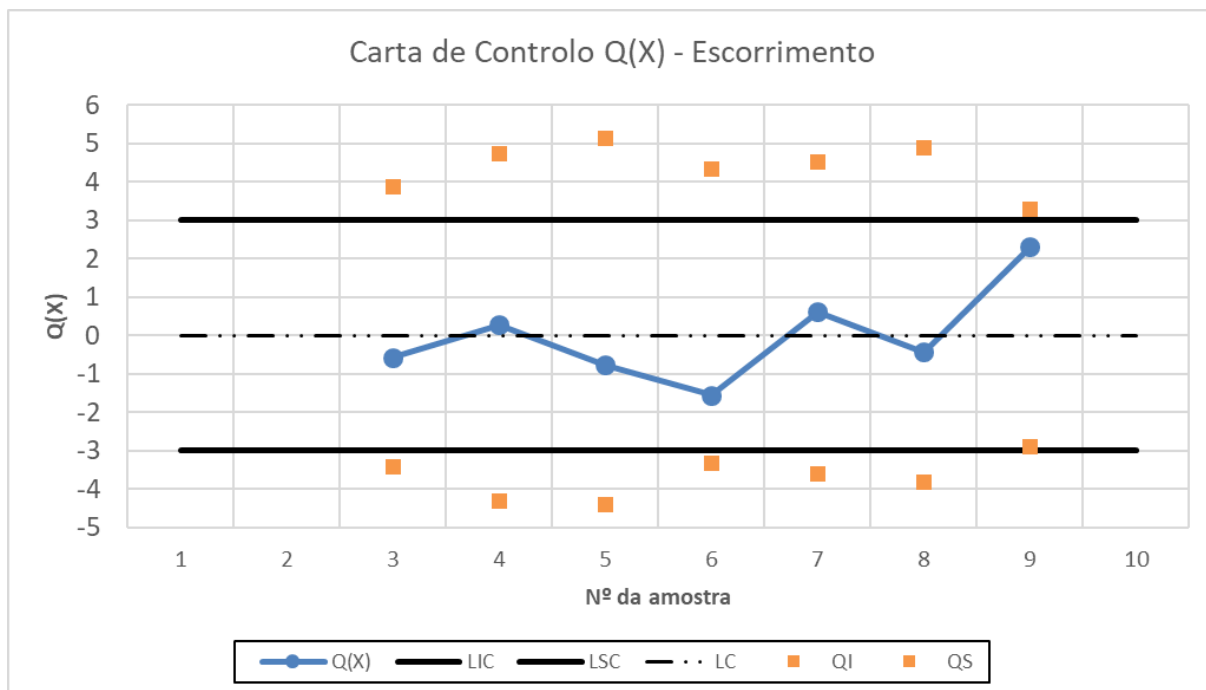


Figura III.27 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto E

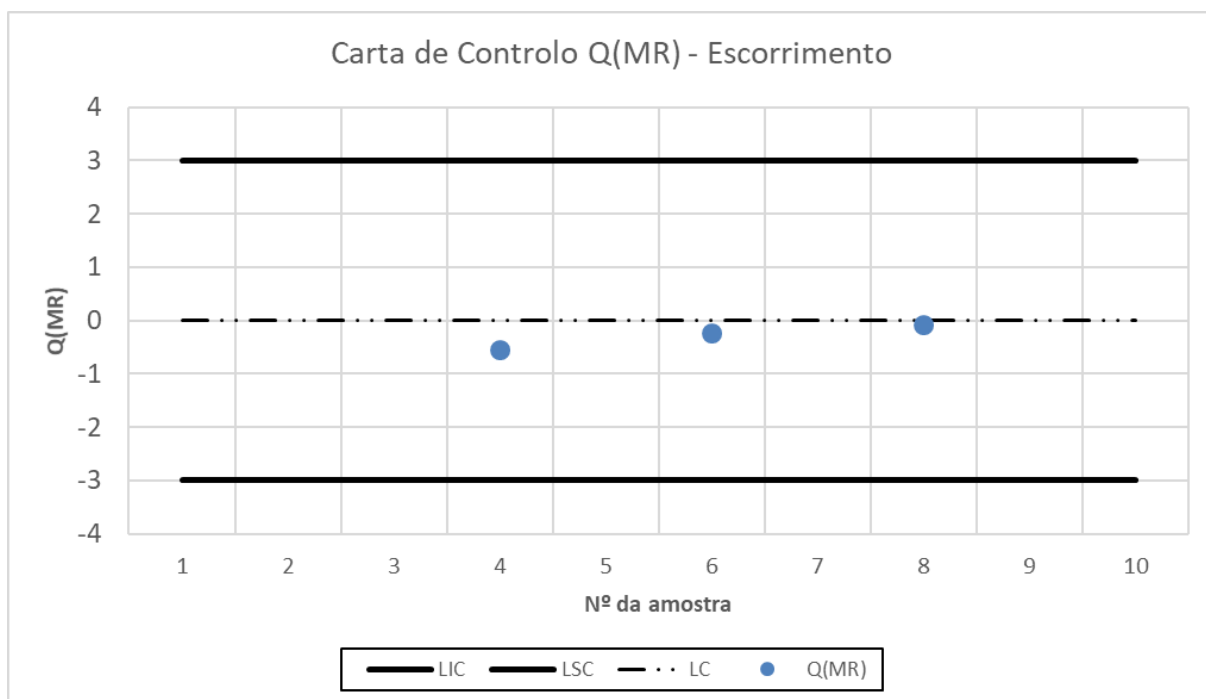


Figura III.28 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto E

Produto F

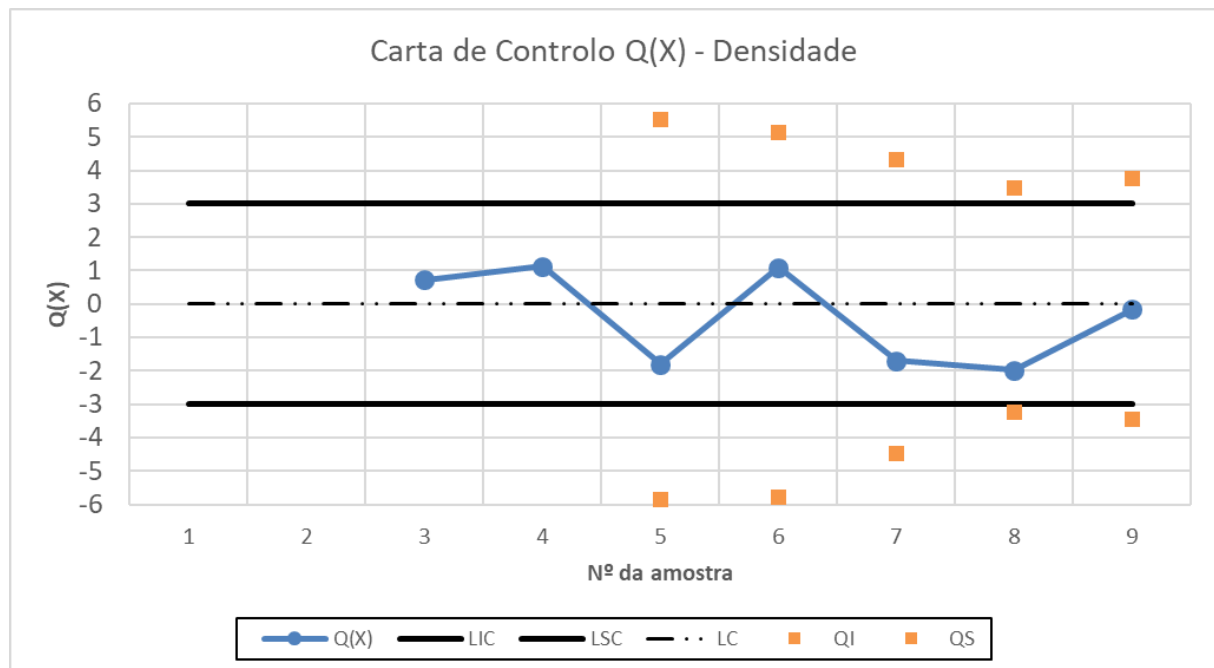


Figura III.29 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto F

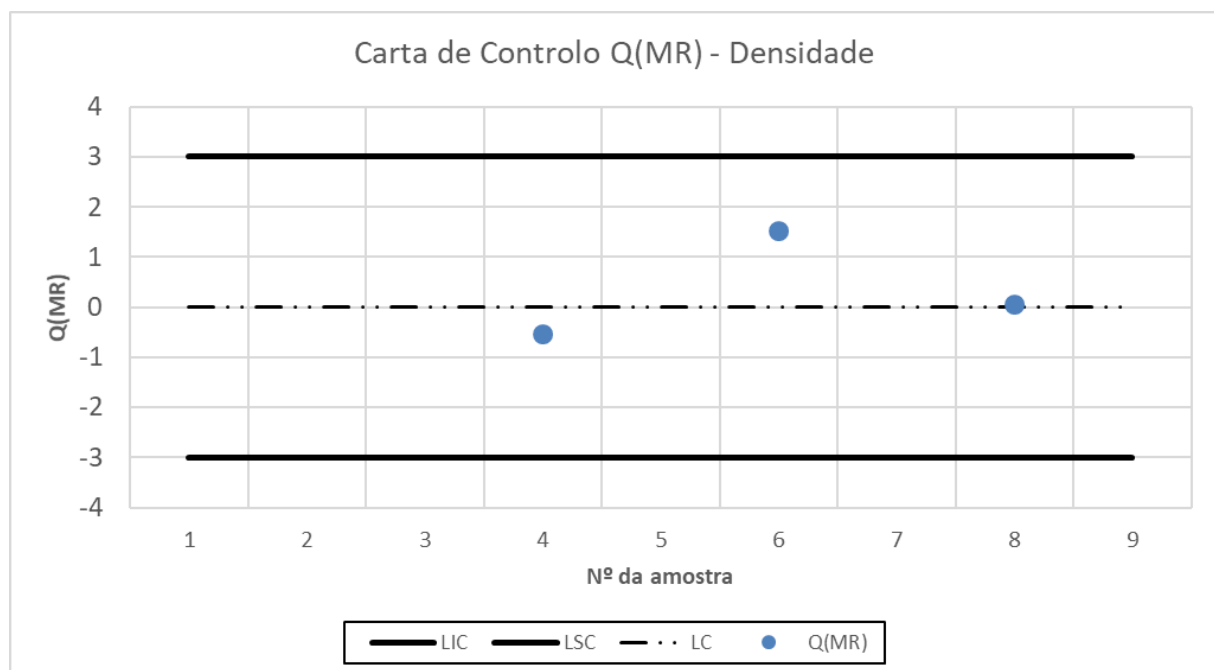


Figura III.30 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto F

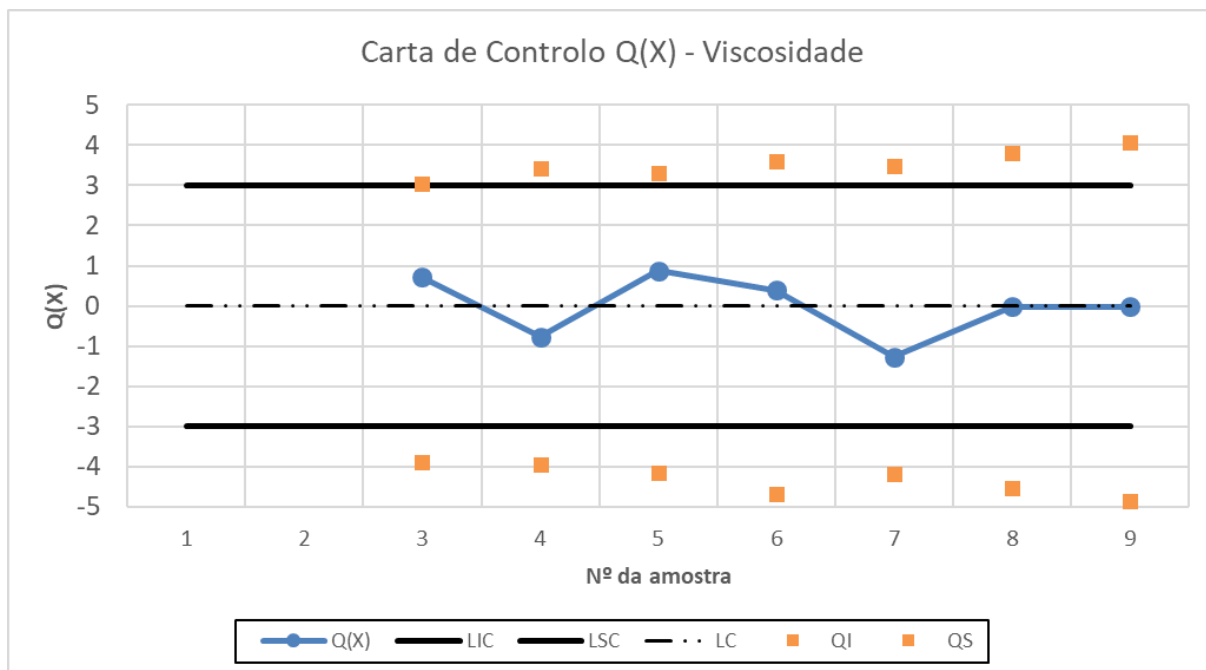


Figura III.31 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto F

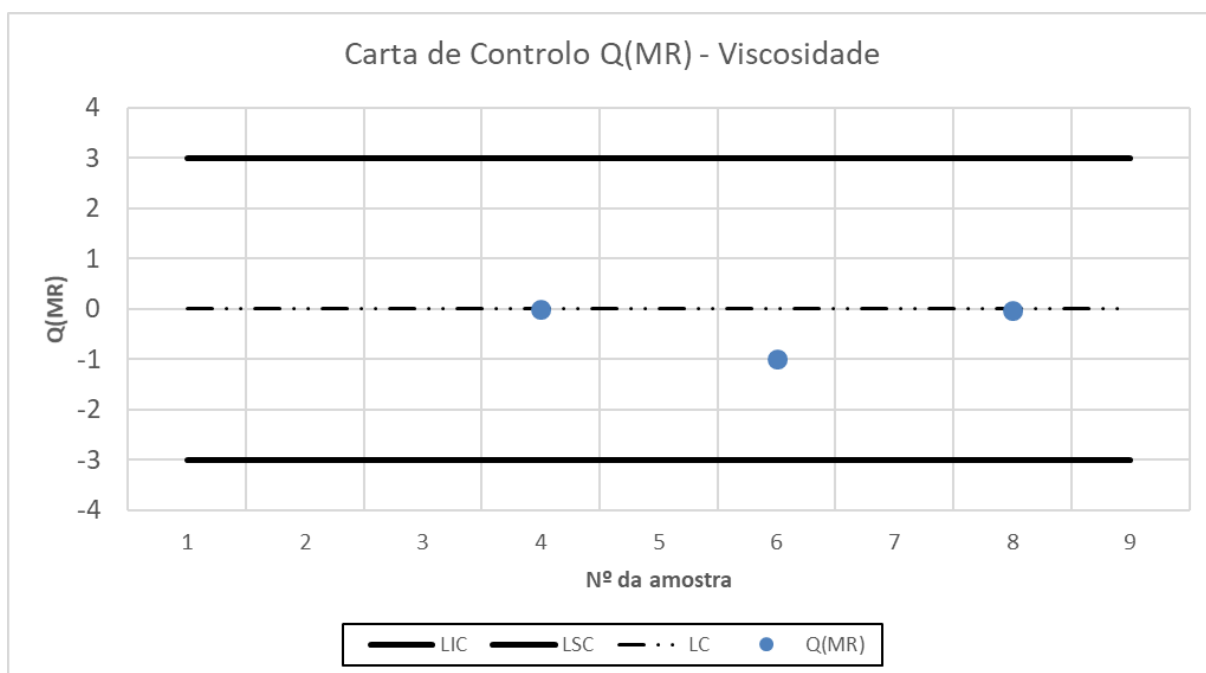


Figura III.32 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto F

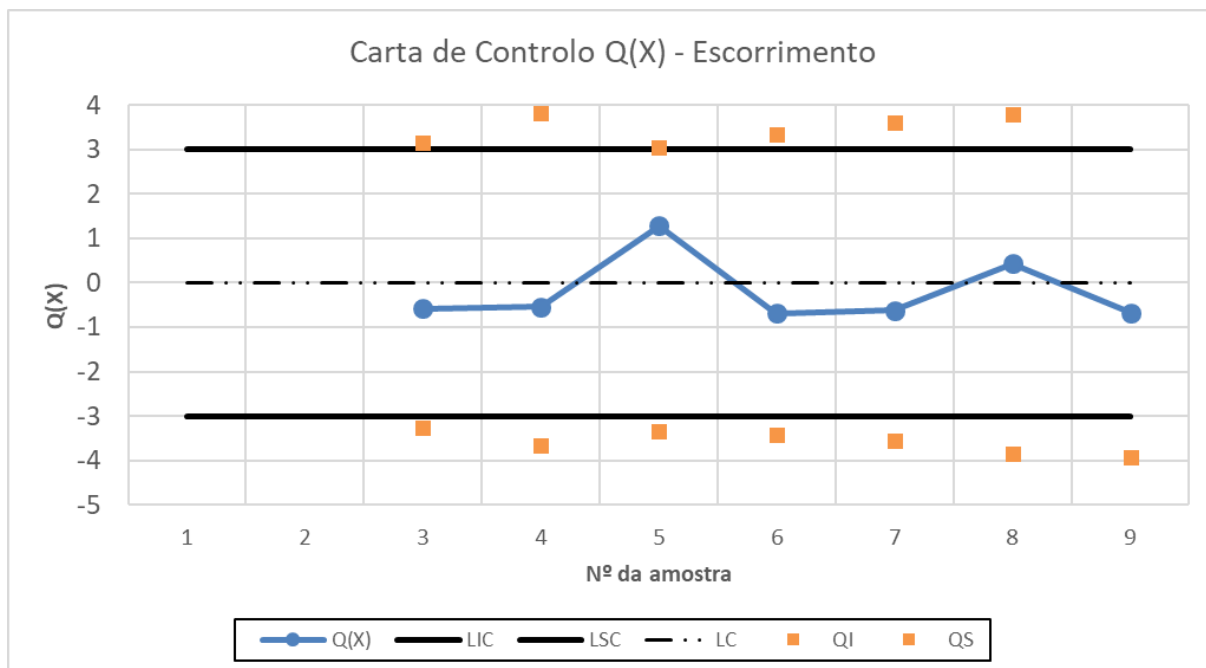


Figura III.33 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto F

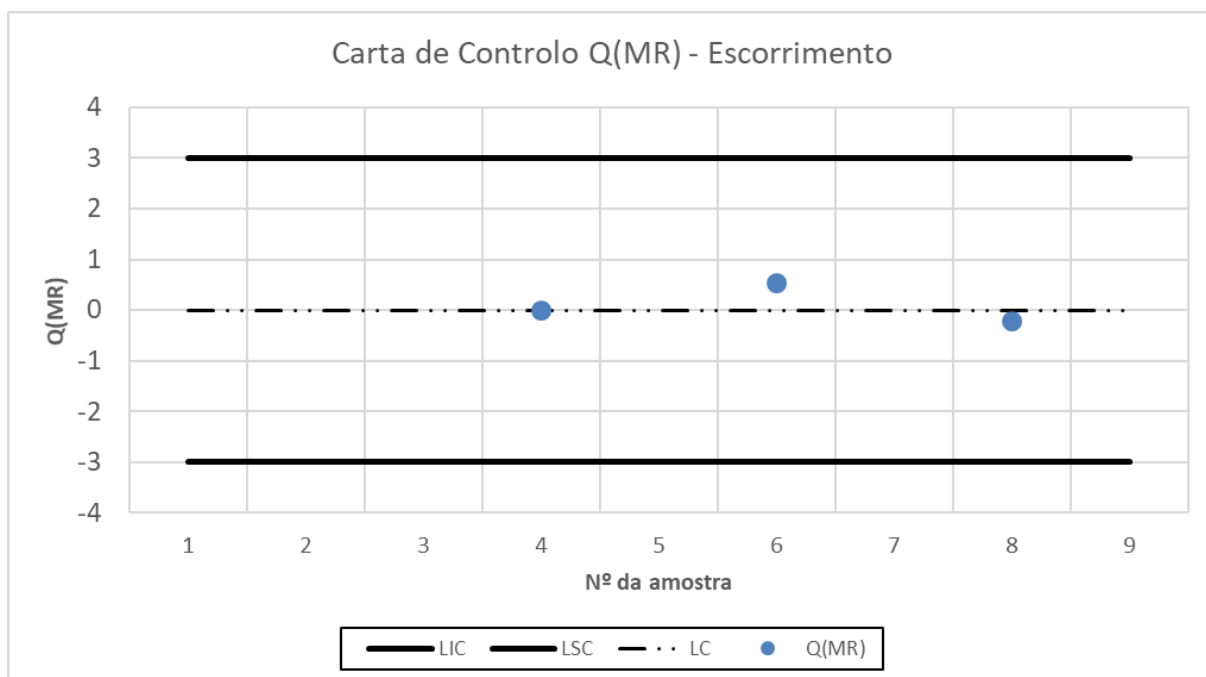


Figura III.34 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto F

Produto G

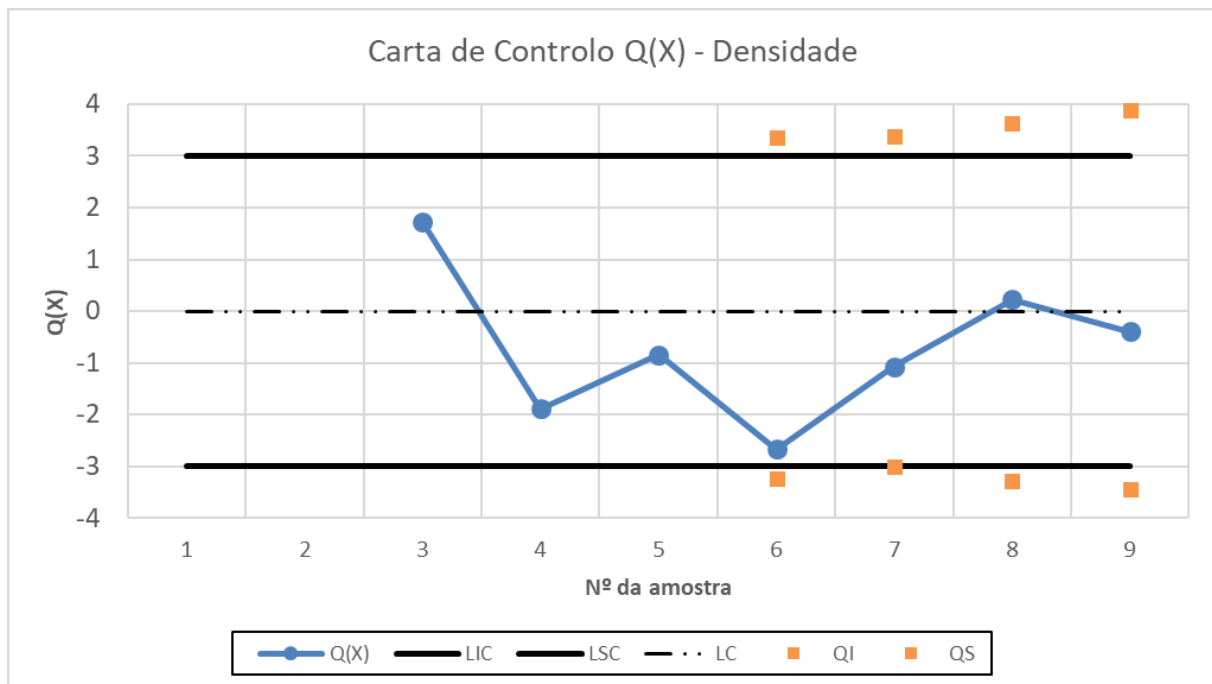


Figura III.35 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto G

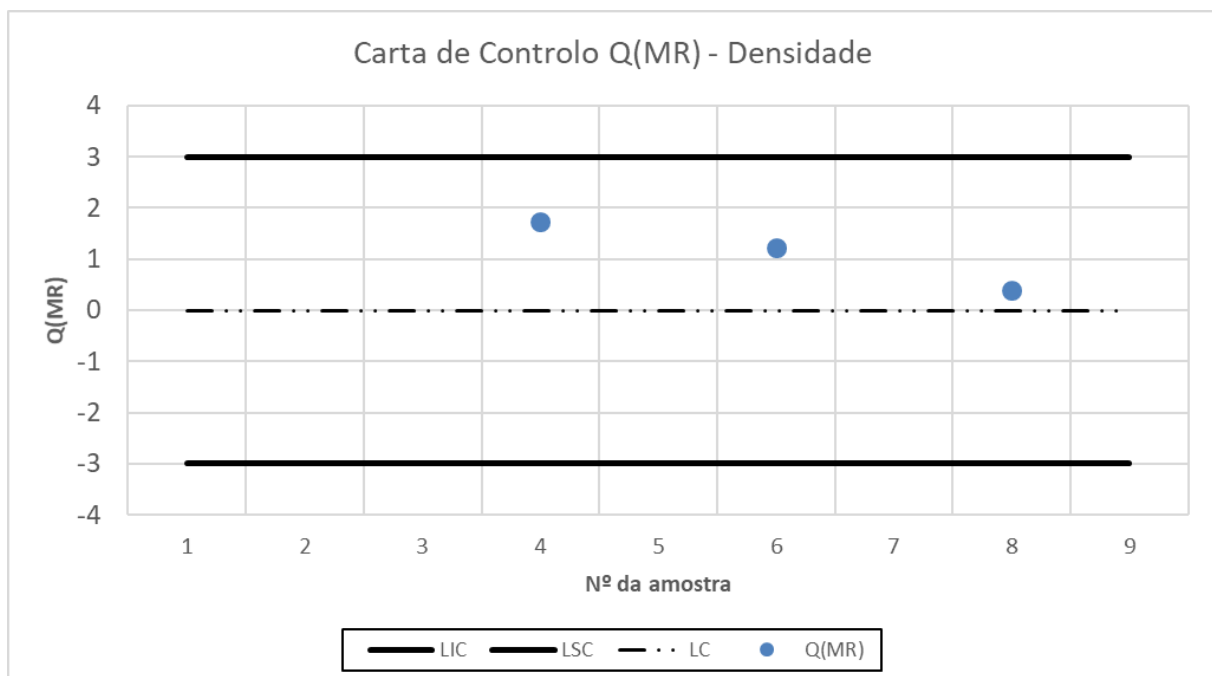


Figura III.36 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto G

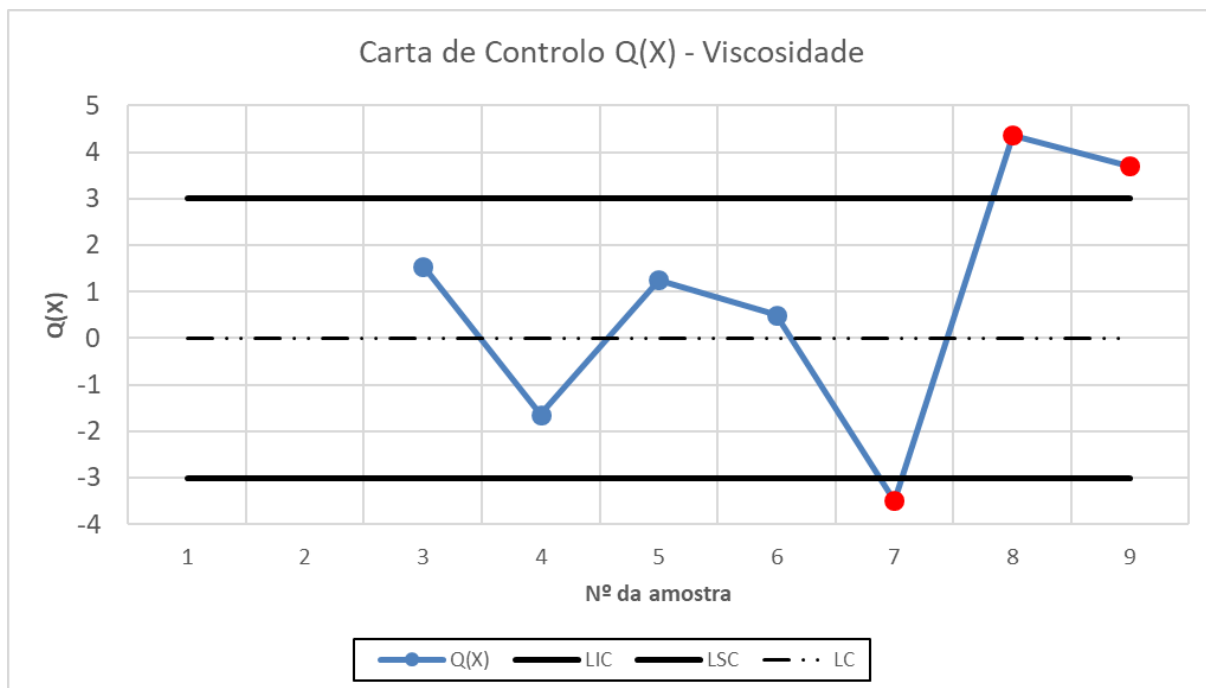


Figura III.37 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto G

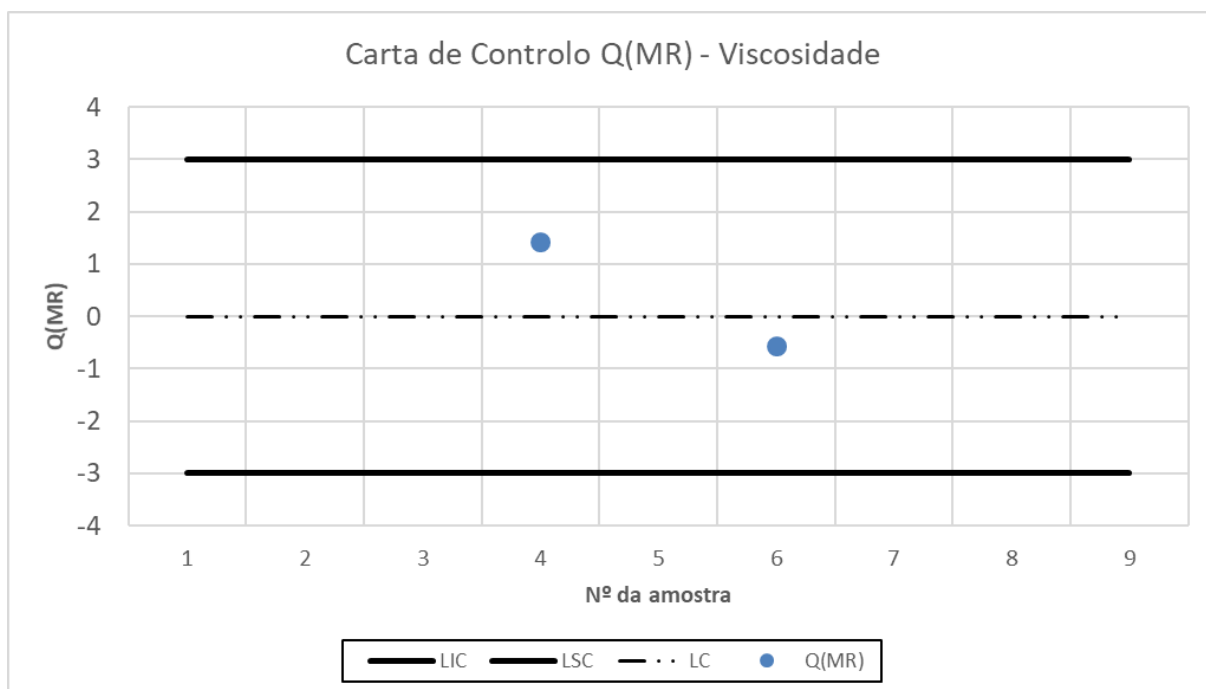


Figura III.38 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto G

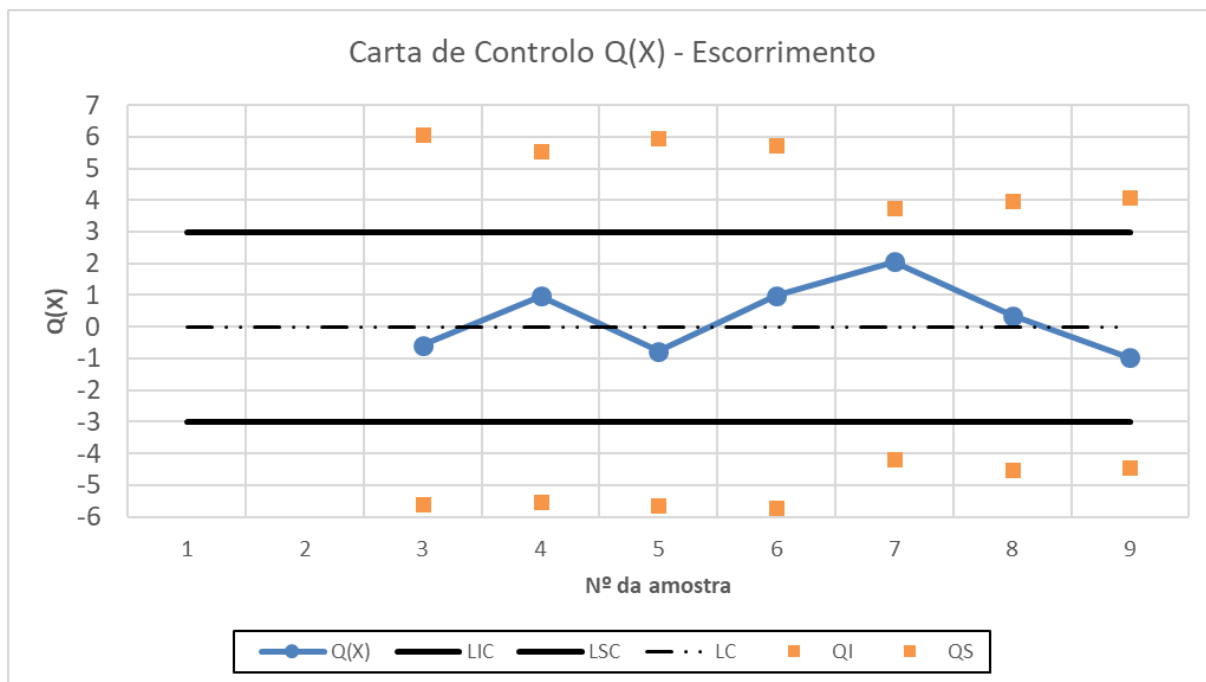


Figura III.39 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto G

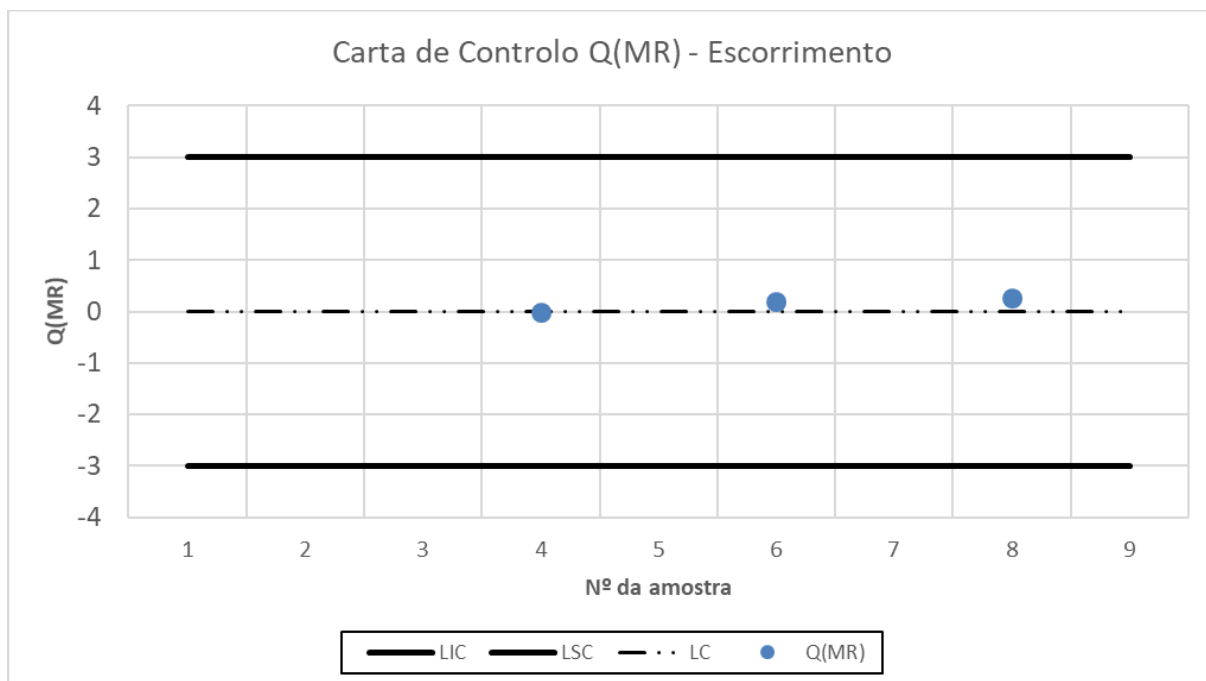


Figura III.40 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto G

Produto H

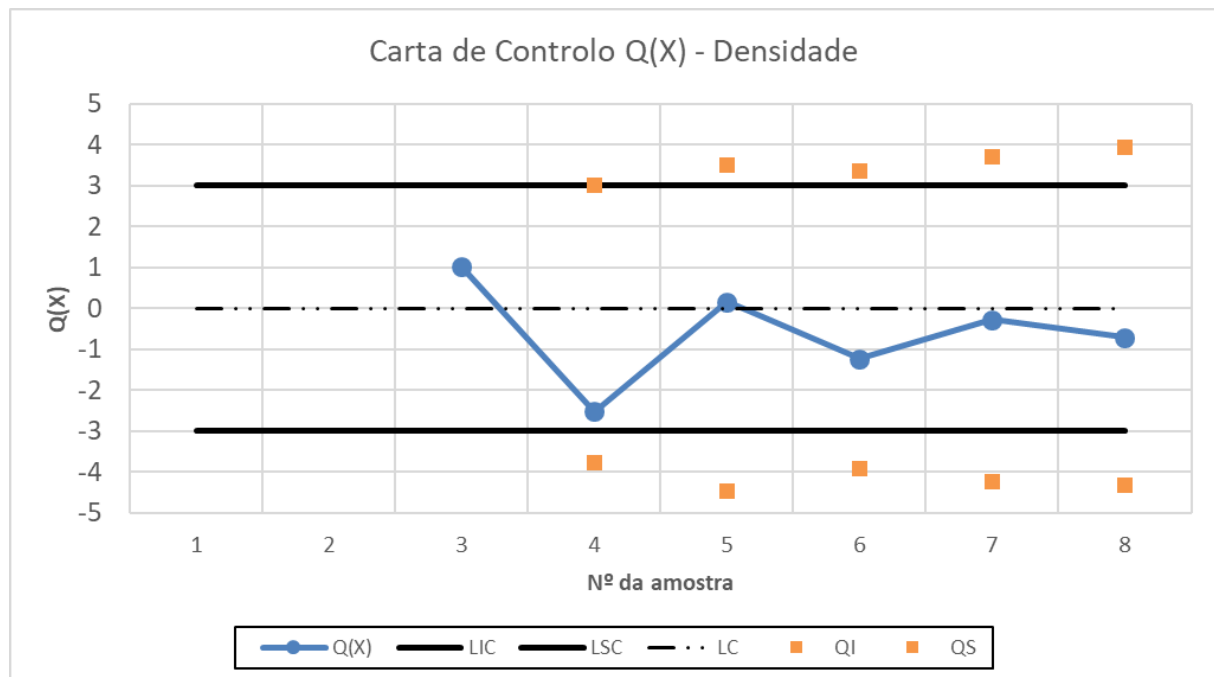


Figura III.41 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto H

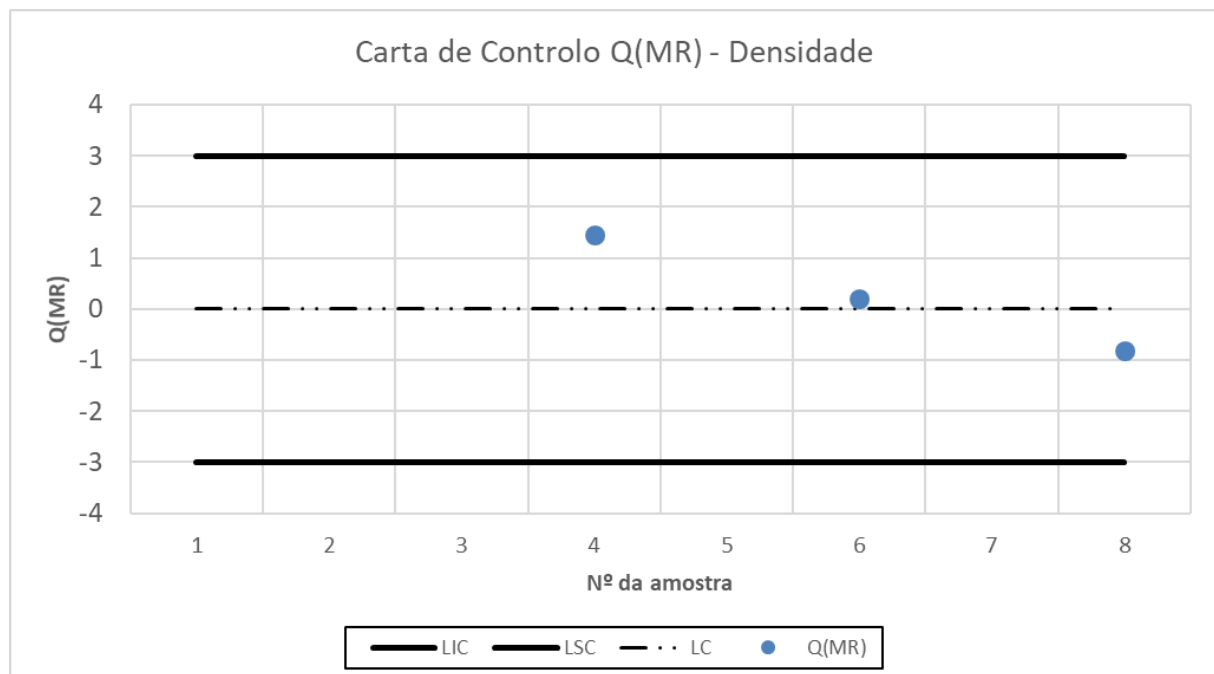


Figura III.42 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto H

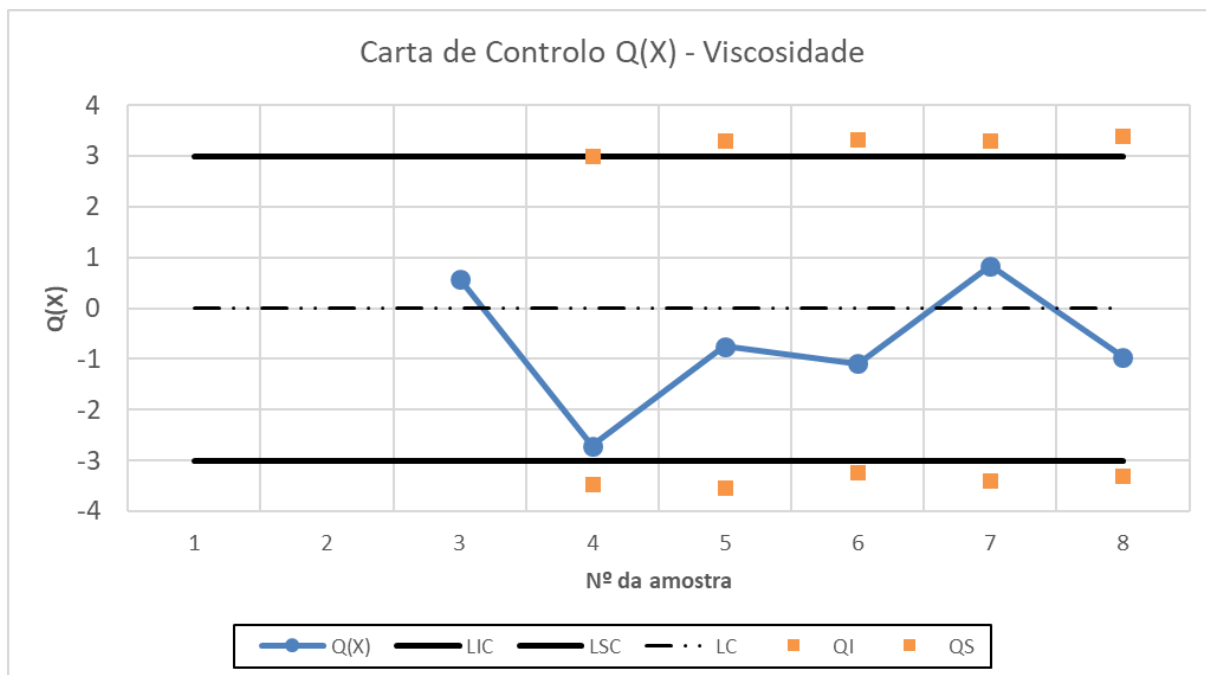


Figura III.43 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto H

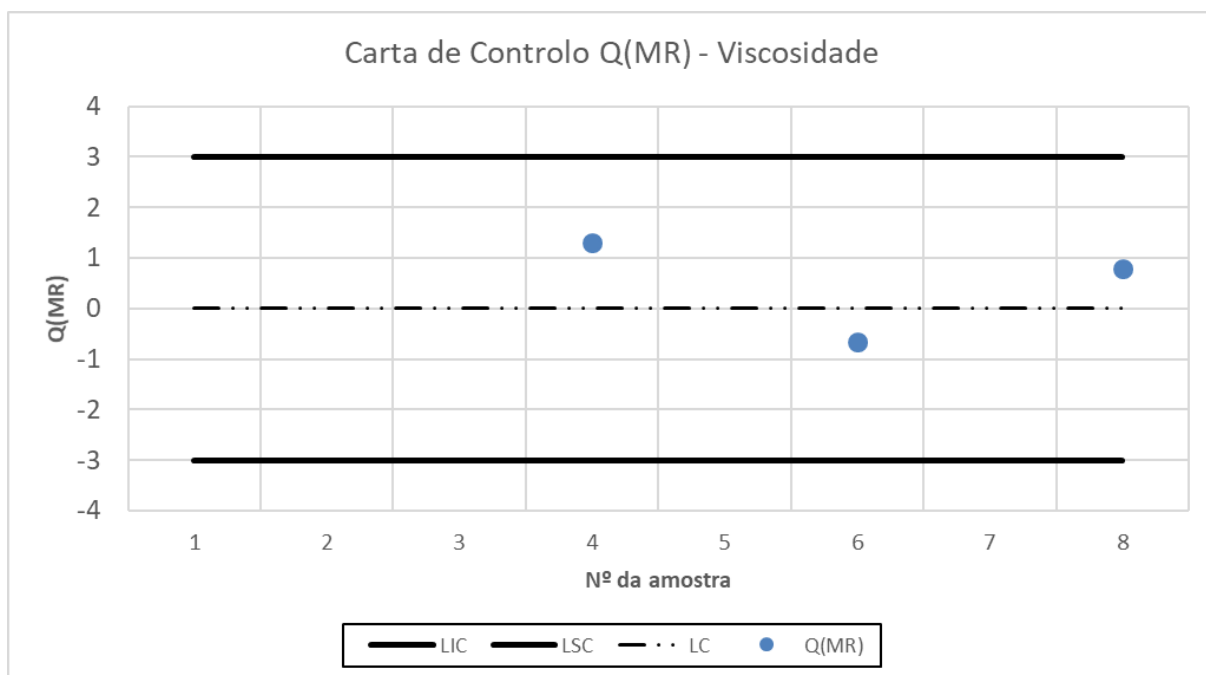


Figura III.44 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto H

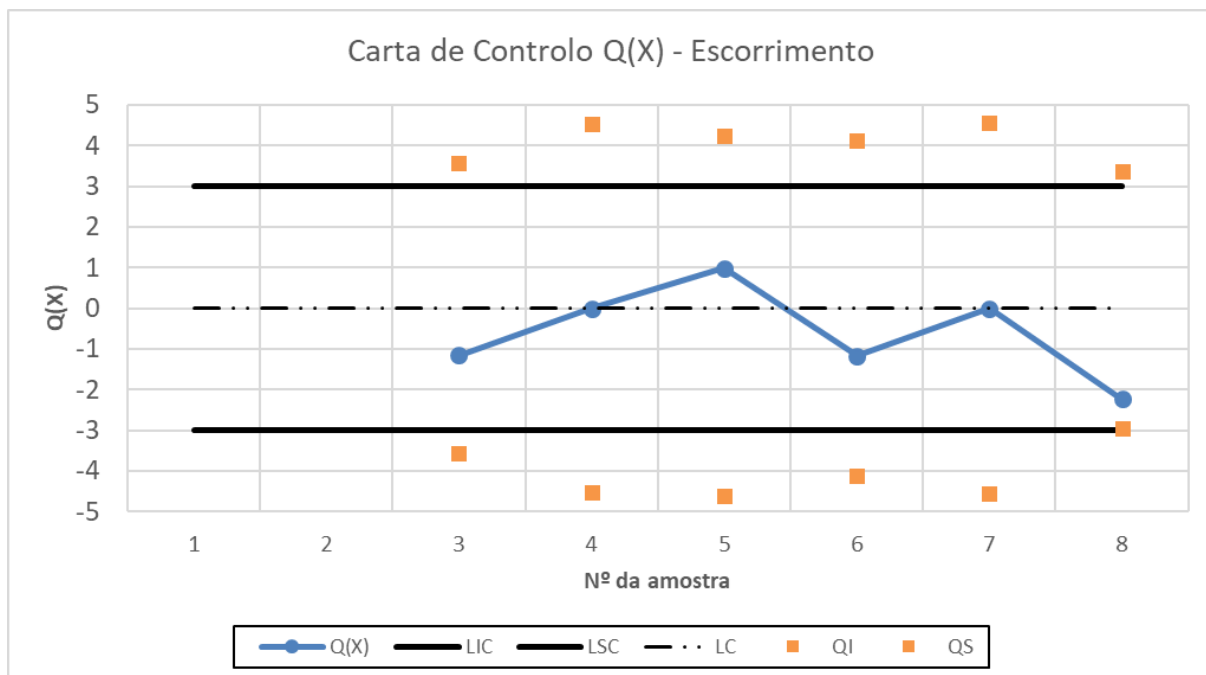


Figura III.45 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto H

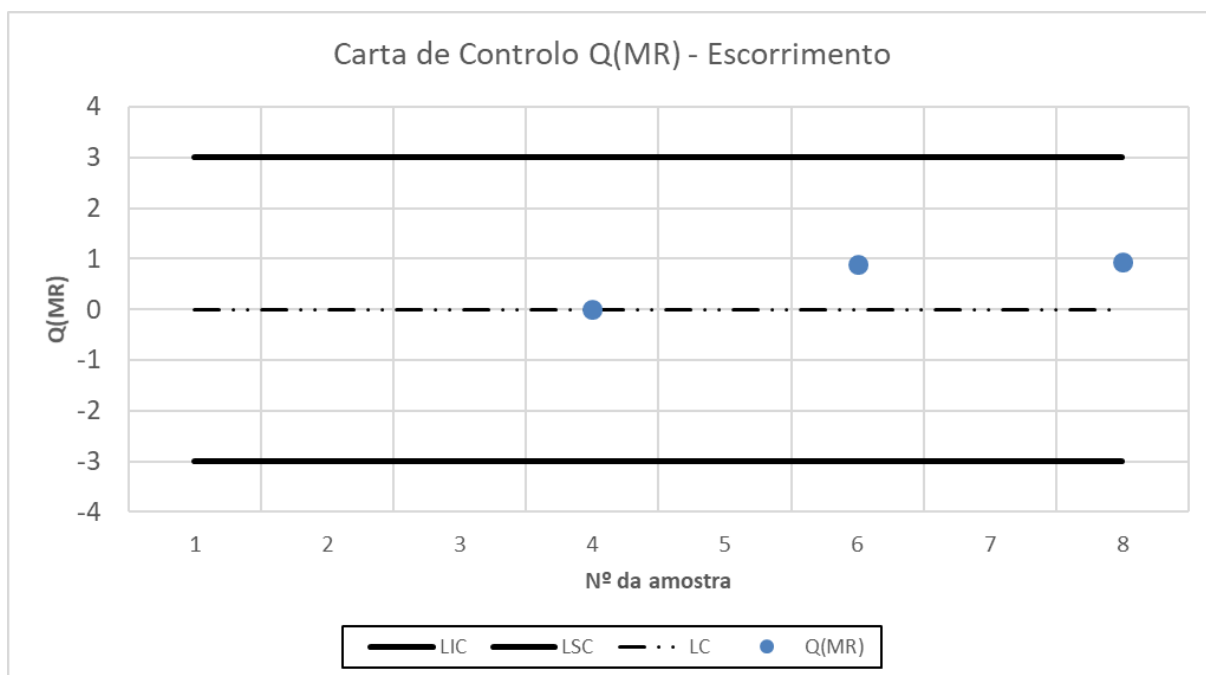


Figura III.46 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto H

Produto I

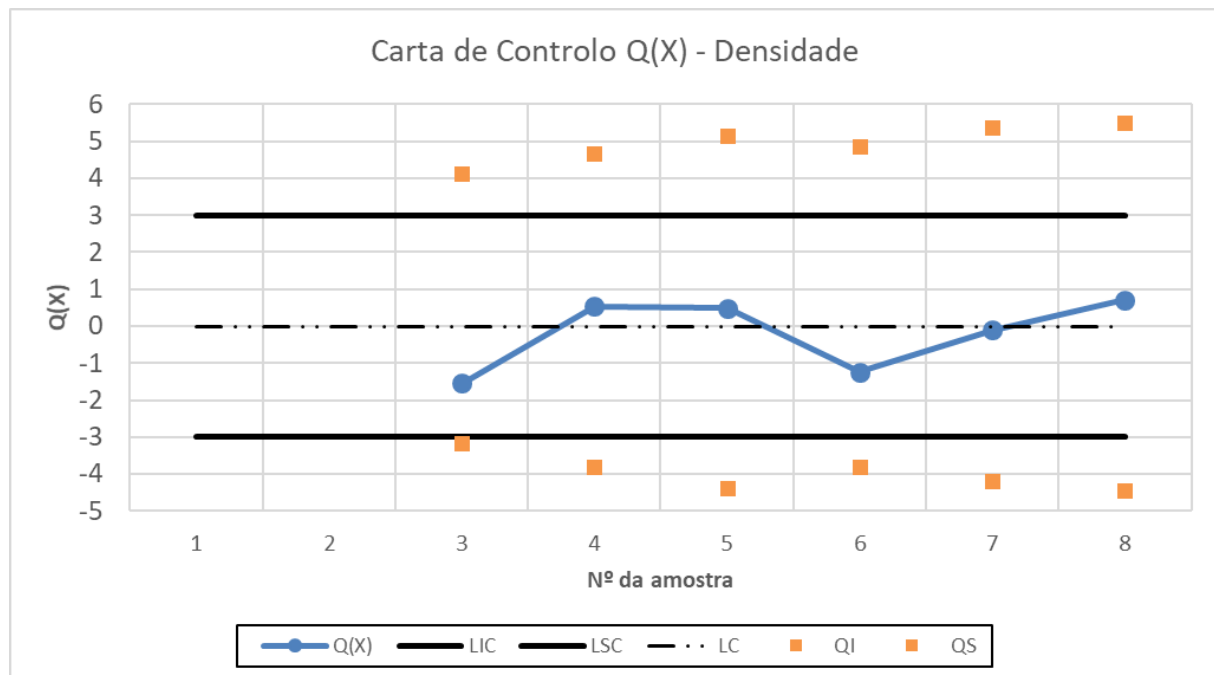


Figura III.47 - Carta $Q(X)$ da característica Densidade do Produto I

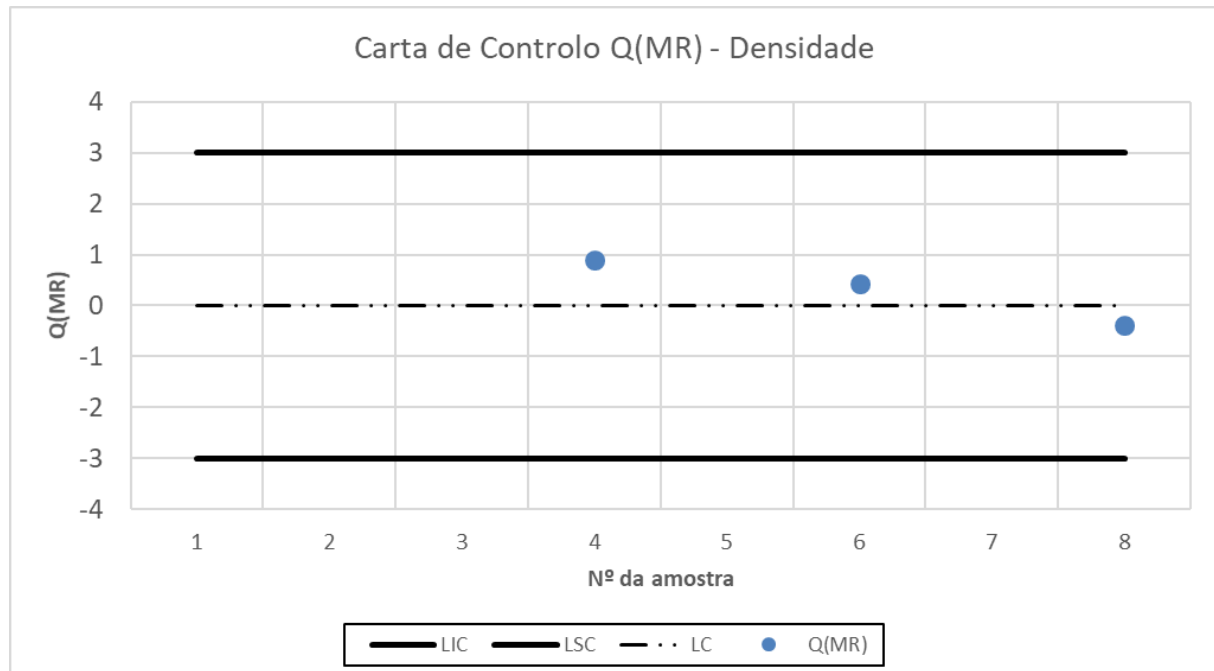


Figura III.48 - Carta $Q(MR)$ da característica Densidade do Produto I

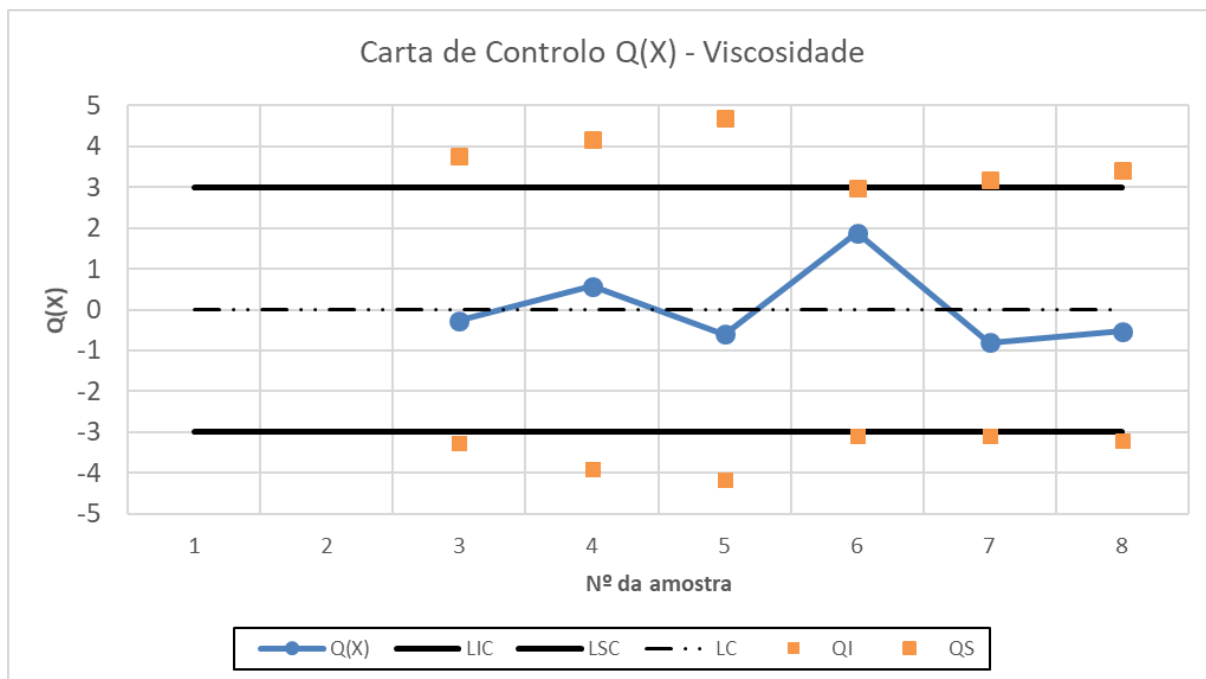


Figura III.49 - Carta $Q(X)$ da característica Viscosidade do Produto I

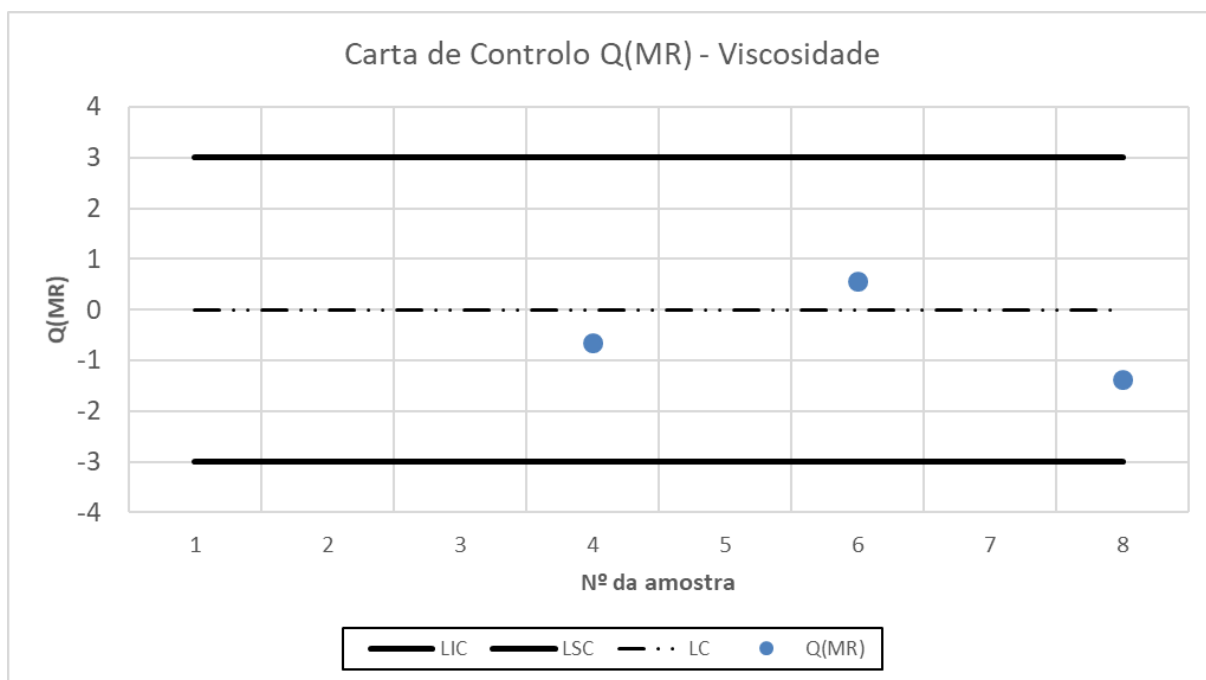


Figura III.50 - Carta $Q(MR)$ da característica Viscosidade do Produto I

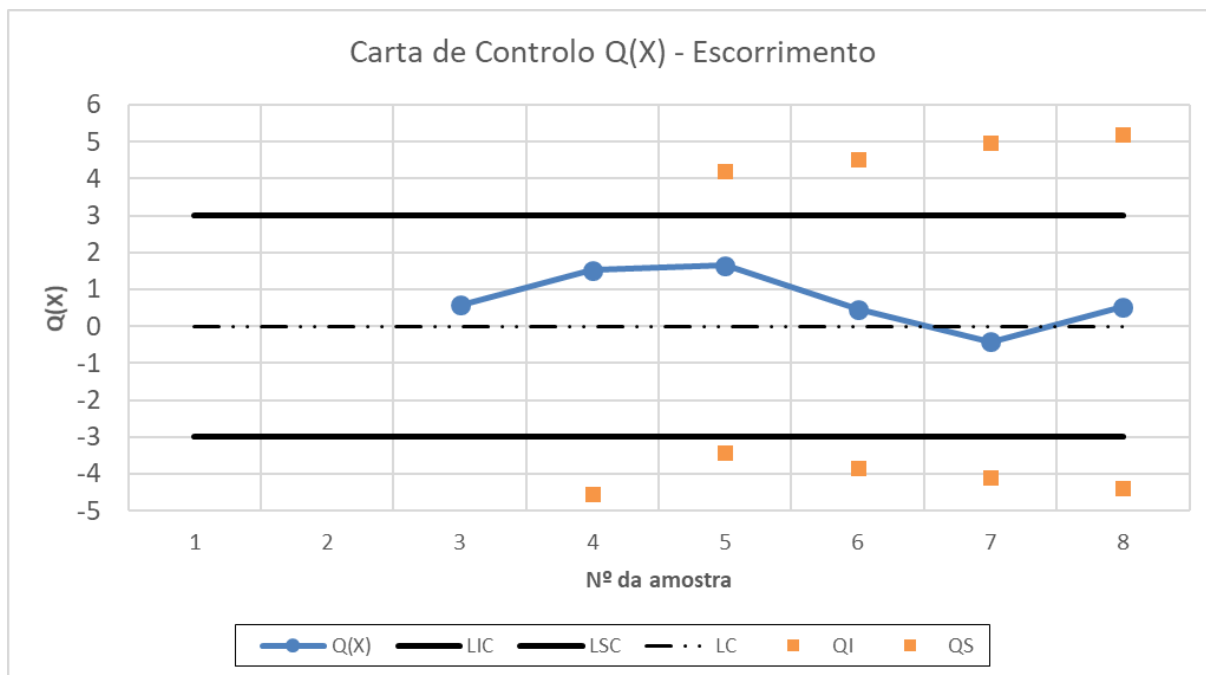


Figura III.51 - Carta $Q(X)$ da característica Escorrimento do Produto I

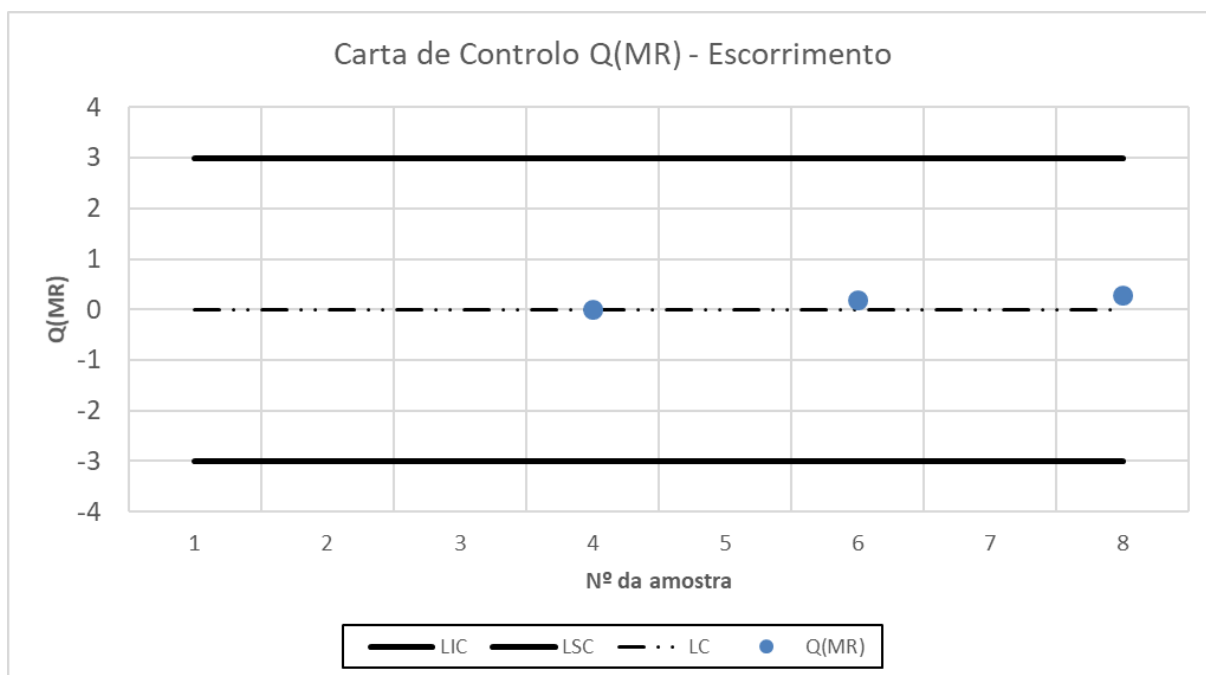


Figura III.52 - Carta $Q(MR)$ da característica Escorrimento do Produto I

III.2. Tabelas Auxiliares à Construção das Cartas de Controlo

Produto A

Tabela III.1 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto A

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,53									
2	1,53	0,01		0,0050		0,0063				
3	1,53	0,01		0,0049	0,75	0,0056	0,66		-4,98	5,79
4	1,53	0,01	0,430	0,0072	0,91	0,0079	1,37	-0,18	-3,83	3,83
5	1,53	0,00		0,0077	0,85	0,0082	1,03		-3,86	3,49
6	1,53	0,00	0,078	0,0078	0,83	0,0082	0,94	-1,42	-3,99	3,35
7	1,53	0,00		0,0072	0,65	0,0076	0,39		-4,38	3,58
8	1,53	0,01	0,640	0,0069	0,27	0,0072	-0,61	0,36	-4,54	3,83
9	1,53	0,01		0,0079	0,06	0,0081	-1,59		-3,88	3,53
10	1,53	0,02	0,939	0,0078	0,81	0,0080	0,88	1,55	-3,99	3,50

Tabela III.2 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto A

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	88,40									
2	88,75	0,70		0,35		0,44				
3	89,17	0,90		0,76	0,89	0,86	1,25		-6,26	4,22
4	88,90	1,90	0,775	0,82	0,17	0,89	-0,94	0,82	-5,83	4,31
5	88,52	1,12		1,11	0,06	1,19	-1,52		-4,13	3,48
6	88,20	0,37	0,180	1,26	0,10	1,33	-1,30	0,49	-3,51	3,28
7	88,31	2,39		1,19	0,71	1,24	0,55		-3,82	3,44
8	88,12	2,25	0,845	1,24	0,13	1,28	-1,11	0,04	-3,59	3,46
9	88,00	0,31		1,21	0,22	1,25	-0,76		-3,62	3,62
10	88,20	2,94	0,874	1,30	0,92	1,34	1,42	0,59	-3,48	3,26

Tabela III.3 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto A

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	14,00									
2	13,50	1,00		0,50		0,63				
3	12,67	2,00		1,49	0,08	1,68	-1,43		-2,99	3,29
4	13,00	3,00	0,795	1,38	0,74	1,50	0,65	0,82	-3,50	3,50
5	13,20	0,00		1,28	0,72	1,36	0,58		-3,98	3,76
6	12,83	3,00	0,688	1,45	0,10	1,53	-1,31	0,49	-3,36	3,52
7	12,71	1,00		1,36	0,31	1,42	-0,50		-3,55	3,85
8	12,88	2,00	0,515	1,34	0,79	1,39	0,82	0,04	-3,71	3,85
9	12,89	1,00		1,26	0,53	1,30	0,08		-3,99	4,12
10	13,20	3,00	0,721	1,54	0,98	1,58	1,99	0,59	-3,42	3,23

Produto B

Tabela III.4 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto B

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,798									
2	1,801	0,005		0,0025		0,0031				
3	1,798	0,011		0,0052	0,11	0,0059	-1,23		-7,37	5,41
4	1,799	0,012	0,749	0,0053	0,80	0,0058	0,84	0,67	-7,73	5,32
5	1,797	0,018		0,0075	0,06	0,0080	-1,59		-5,33	4,09
6	1,793	0,011	0,646	0,0111	0,03	0,0116	-1,89	0,37	-3,42	3,03
7	1,793	0,016		0,0101	0,44	0,0106	-0,16		-3,75	3,36
8	1,792	0,003	0,220	0,0095	0,34	0,0099	-0,41	-0,77	-3,97	3,64
9	1,793	0,008		0,0090	0,64	0,0093	0,37		-4,25	3,84
10	1,793	0,002	0,172	0,0087	0,71	0,0089	0,55	-0,95	-4,48	3,96
11	1,794	0,001		0,0084	0,73	0,0086	0,62		-4,67	4,04
12	1,789	0,059	0,999	0,0174	0,00	0,0178	-3,86	3,22		
13	1,794	0,003	0,284	0,0081	0,60	0,0083	0,26	-0,57	-4,90	4,21
14	1,794	0,003		0,0079	0,73	0,0080	0,60		-5,07	4,28
15	1,794	0,006	0,563	0,0076	0,44	0,0077	-0,15	0,16	-5,26	4,45
16	1,793	0,011		0,0080	0,07	0,0081	-1,46		-4,96	4,34

Tabela III.5 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto B

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	97,14									
2	97,21	0,130		0,06		0,08				
3	96,97	0,760		0,40	0,036	0,46	-1,80		-18,10	11,59
4	96,91	0,190	0,618	0,36	0,309	0,39	-0,50	0,30	-21,16	13,77
5	95,98	4,400		2,08	0,001	2,22	-3,20			
6	96,02	4,200		1,83	0,000	1,92	-3,57			
7	96,34	2,600		1,82	0,187	1,90	-0,89		-4,10	3,04
8	95,95	0,100	0,494	1,88	0,137	1,95	-1,10	-0,02	-3,85	3,11
9	95,53	1,000		2,01	0,091	2,08	-1,34		-3,45	3,07
10	95,59	3,000	0,050	1,90	0,585	1,96	0,21	-1,65	-3,68	3,23
11	95,75	1,000		1,86	0,751	1,90	0,68		-3,85	3,26
12	95,47	4,000	0,845	1,94	0,093	1,98	-1,32	1,02	-3,59	3,23
13	95,61	4,000		1,90	0,768	1,94	0,73		-3,72	3,25
14	95,47	3,100	0,936	1,89	0,202	1,92	-0,84	1,52	-3,70	3,34
15	95,18	2,200		2,06	0,038	2,10	-1,78		-3,29	3,16
16	95,08	2,100	0,825	2,02	0,264	2,05	-0,63	0,94	-3,32	3,26

Tabela III.6 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto B

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	24,0									
2	25,0	2,0		1,00		1,25				
3	25,7	1,0		1,35	0,825	1,53	0,93		-6,73	5,09
4	25,5	2,0	0,500	1,15	0,356	1,25	-0,37	0,00	-8,10	6,30
5	24,8	3,0		1,86	0,037	1,98	-1,79		-4,87	4,26
6	24,2	1,0	0,333	2,27	0,068	2,39	-1,49	-0,43	-3,83	3,72
7	24,3	4,0		2,10	0,626	2,19	0,32		-4,22	4,03
8	23,8	5,0	0,937	2,46	0,052	2,55	-1,62	1,53	-3,46	3,61
9	23,4	1,0		2,48	0,164	2,56	-0,98		-3,36	3,69
10	23,8	6,0	0,891	2,59	0,895	2,67	1,25	1,23	-3,33	3,44
11	24,0	1,0		2,55	0,780	2,61	0,77		-3,45	3,45
12	24,3	1,0	0,200	2,58	0,857	2,64	1,07	-0,84	-3,49	3,35
13	24,2	3,0		2,47	0,464	2,52	-0,09		-3,64	3,51
14	24,4	2,0	0,418	2,42	0,748	2,47	0,67	-0,21	-3,76	3,55
15	24,5	0,0		2,37	0,738	2,41	0,64		-3,88	3,59
16	24,1	7,0	0,930	2,67	0,021	2,71	-2,03	1,48	-3,36	3,29

Produto C

Tabela III.7 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto C

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,373									
2	1,375	0,003		0,0015		0,0019				
3	1,375	0,001		0,0018	0,80	0,0020	0,84		-13,14	9,18
4	1,375	0,002	0,374	0,0015	0,44	0,0016	-0,14	-0,32	-16,59	11,65
5	1,376	0,003		0,0018	0,90	0,0019	1,30		-14,28	9,66
6	1,377	0,002	0,485	0,0023	0,95	0,0025	1,66	-0,04	-11,19	7,20
7	1,376	0,009		0,0030	0,04	0,0031	-1,74		-8,65	5,88
8	1,374	0,010	0,975	0,0059	0,00	0,0061	-2,91	1,97	-4,17	3,22
9	1,374	0,018		0,0058	0,78	0,0059	0,77		-4,35	3,23
10	1,375	0,001	0,138	0,0056	0,71	0,0057	0,56	-1,09	-4,58	3,32
11	1,375	0,002		0,0053	0,58	0,0054	0,20		-4,85	3,49
12	1,374	0,008	0,839	0,0054	0,12	0,0055	-1,18	0,99	-4,66	3,48
13	1,375	0,010		0,0053	0,74	0,0054	0,63		-4,83	3,54
14	1,375	0,001	0,138	0,0052	0,78	0,0053	0,77	-1,09	-4,95	3,55
15	1,375	0,007		0,0051	0,30	0,0052	-0,53		-5,05	3,68
16	1,375	0,008	0,838	0,0051	0,83	0,0052	0,97	0,99	-5,11	3,63

Tabela III.8 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto C

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	87,20									
2	87,60	0,8		0,40		0,50				
3	87,70	0,1		0,33	0,67	0,37	0,45		-17,48	18,68
4	88,03	1,1	0,600	0,70	0,96	0,76	1,77	0,25	-8,88	8,83
5	87,82	2,0		0,76	0,14	0,81	-1,07		-8,17	8,50
6	88,42	4,4	0,955	1,61	0,99	1,70	2,49	1,70	-4,18	3,81
7	88,80	0,3		1,79	0,91	1,86	1,33		-3,95	3,31
8	89,08	0,1	0,028	1,83	0,85	1,90	1,05	-1,92	-4,00	3,14
9	88,72	5,1		2,01	0,07	2,07	-1,45		-3,53	3,00
10	88,46	0,2	0,062	2,07	0,13	2,13	-1,15	-1,54	-3,34	3,02
11	88,28	0,3		2,06	0,19	2,11	-0,89		-3,31	3,11
12	88,35	2,7	0,748	1,97	0,65	2,02	0,37	0,67	-3,48	3,22
13	88,20	2,6		1,96	0,19	2,00	-0,86		-3,46	3,31
14	88,12	0,5	0,174	1,91	0,28	1,95	-0,58	-0,94	-3,52	3,43
15	87,98	1,0		1,92	0,15	1,95	-1,03		-3,45	3,47
16	88,04	3,0	0,818	1,87	0,69	1,90	0,51	0,91	-3,57	3,54

Tabela III.9 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto C

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	40,0									
2	42,5	5,0		2,50		3,13				
3	41,7	5,0		2,28	0,28	2,58	-0,58		-6,33	8,27
4	42,5	5,0	0,500	2,50	0,83	2,71	0,97	0,00	-6,23	7,62
5	44,0	5,0		3,99	0,96	4,25	1,78		-4,25	4,60
6	44,2	5,0	0,577	3,59	0,58	3,78	0,21	0,20	-4,81	5,14
7	43,6	5,0		3,64	0,17	3,79	-0,97		-4,67	5,24
8	43,8	5,0	0,609	3,41	0,64	3,53	0,35	0,28	-5,06	5,59
9	44,4	5,0		3,81	0,94	3,93	1,52		-4,68	4,89
10	45,5	5,0	0,626	4,90	0,98	5,04	2,17	0,32	-3,80	3,66
11	45,5	10,0		4,65	0,46	4,77	-0,09		-4,01	3,87
12	45,0	5,0	0,637	4,71	0,14	4,82	-1,06	0,35	-3,90	3,90
13	45,0	5,0		4,51	0,50	4,60	0,00		-4,08	4,08
14	44,6	5,0	0,644	4,53	0,15	4,62	-1,02	0,37	-4,01	4,13
15	44,7	5,0		4,37	0,53	4,45	0,07		-4,17	4,28
16	45,0	5,0	0,649	4,43	0,87	4,50	1,13	0,38	-4,18	4,18

Produto D

Tabela III.10 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto D

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,110									
2	1,115	0,010		0,0050		0,0063				
3	1,117	0,001		0,0049	0,75	0,0056	0,66		-3,63	4,44
4	1,117	0,004	0,242	0,0040	0,50	0,0044	0,00	-0,70	-4,63	5,66
5	1,116	0,004		0,0039	0,22	0,0042	-0,77		-4,71	6,08
6	1,116	0,001	0,092	0,0036	0,32	0,0038	-0,47	-1,33	-5,09	6,74
7	1,117	0,012		0,0051	0,98	0,0053	1,97		-3,88	4,65
8	1,118	0,006	0,592	0,0048	0,68	0,0050	0,48	0,23	-4,18	4,90
9	1,116	0,013		0,0057	0,04	0,0059	-1,78		-3,37	4,28
10	1,119	0,033	0,994	0,0092	1,00	0,0095	2,84	2,52	-2,29	2,48

Tabela III.11 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto D

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	78,0									
2	77,1	1,8		0,90		1,13				
3	77,1	0,8		0,64	0,47	0,72	-0,07		-17,80	13,49
4	75,6	6,0	0,814	3,08	0,01	3,34	-2,45	0,89	-3,50	3,25
5	75,4	4,0		2,68	0,44	2,85	-0,15		-4,08	3,84
6	75,5	1,0	0,158	2,41	0,57	2,53	0,18	-1,00	-4,62	4,30
7	74,7	6,0		3,03	0,04	3,16	-1,71		-3,51	3,63
8	75,1	7,8	0,877	3,01	0,81	3,12	0,87	1,16	-3,65	3,59
9	75,1	3,2		2,82	0,44	2,91	-0,16		-3,89	3,86
10	75,5	4,3	0,559	2,92	0,88	3,00	1,19	0,15	-3,87	3,64

Tabela III.12 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto D

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	10,0									
2	10,5	1,0		0,50		0,63				
3	10,3	1,0		0,46	0,28	0,52	-0,58		-6,33	8,27
4	10,8	2,0	0,705	0,91	0,96	0,99	1,71	0,54	-3,60	3,98
5	10,6	2,0		0,86	0,26	0,91	-0,65		-3,79	4,44
6	10,8	2,0	0,667	0,96	0,89	1,01	1,25	0,43	-3,61	3,86
7	10,9	1,0		0,88	0,56	0,91	0,15		-4,00	4,23
8	11,1	2,0	0,668	1,11	0,97	1,15	1,87	0,43	-3,35	3,19
9	11,2	1,0		1,08	0,76	1,11	0,70		-3,53	3,23
10	11,2	1,0	0,391	1,02	0,42	1,05	-0,19	-0,28	-3,73	3,44

Produto E

Tabela III.13 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto E

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,227									
2	1,233	0,011		0,0055		0,0069				
3	1,236	0,006		0,0077	0,83	0,0087	0,96		-4,88	3,78
4	1,236	0,008	0,400	0,0063	0,49	0,0068	-0,03	-0,25	-6,20	4,82
5	1,236	0,001		0,0055	0,54	0,0058	0,10		-7,31	5,65
6	1,238	0,010	0,592	0,0065	0,92	0,0069	1,44	0,23	-6,38	4,59
7	1,238	0,009		0,0060	0,49	0,0062	-0,02		-7,05	5,07
8	1,238	0,002	0,149	0,0056	0,61	0,0058	0,28	-1,04	-7,63	5,44
9	1,235	0,028		0,0102	0,00	0,0105	-2,98		-3,96	3,18
10	1,235	0,015	0,848	0,0100	0,23	0,0103	-0,75	1,03	-4,00	3,32

Tabela III.14 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto E

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	74,6									
2	74,9	0,4		0,22		0,28				
3	74,9	0,1		0,17	0,64	0,19	0,37		-11,16	8,13
4	74,8	0,4	0,470	0,21	0,13	0,23	-1,13	-0,08	-9,25	7,18
5	74,7	0,5		0,37	0,03	0,39	-1,91		-5,13	4,47
6	74,7	0,9	0,834	0,36	0,77	0,37	0,74	0,97	-5,49	4,57
7	74,6	1,0		0,43	0,06	0,44	-1,57		-4,45	4,03
8	74,7	1,0	0,793	0,42	0,78	0,43	0,77	0,82	-4,66	4,07
9	74,4	3,0		0,97	0,00	1,00	-3,47			
10	74,7	2,8		0,39	0,61	0,41	0,29		-4,98	4,30

Tabela III.15 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto E

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	12,0									
2	13,0	2,0		1,00		1,25				
3	12,7	2,0		0,91	0,28	1,03	-0,58		-3,41	3,89
4	12,8	1,0	0,295	0,76	0,61	0,83	0,28	-0,54	-4,31	4,76
5	12,6	1,0		0,74	0,22	0,79	-0,76		-4,38	5,15
6	12,3	1,0	0,408	0,93	0,06	0,98	-1,55	-0,23	-3,33	4,35
7	12,4	2,0		0,89	0,73	0,92	0,62		-3,60	4,53
8	12,4	1,0	0,470	0,83	0,33	0,86	-0,43	-0,08	-3,80	4,89
9	12,7	3,0		1,17	0,99	1,21	2,31		-2,90	3,31
10	12,6	3,0	0,914	1,13	0,30	1,16				

Produto F

Tabela III.16 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto F

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,564									
2	1,561	0,006		0,0030		0,0038				
3	1,562	0,007		0,0031	0,76	0,0035	0,72		-11,12	10,13
4	1,564	0,003	0,295	0,0038	0,87	0,0041	1,13	-0,54	-9,75	8,39
5	1,561	0,016		0,0062	0,04	0,0066	-1,81		-5,85	5,53
6	1,563	0,018	0,937	0,0066	0,86	0,0069	1,09	1,53	-5,75	5,14
7	1,561	0,022		0,0082	0,05	0,0086	-1,69		-4,46	4,33
8	1,558	0,009	0,524	0,0108	0,02	0,0112	-1,98	0,06	-3,22	3,49
9	1,558	0,017		0,0101	0,43	0,0104	-0,17		-3,44	3,76

Tabela III.17 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto F

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	97,0									
2	98,3	2,6		1,30		1,63				
3	98,9	0,4		1,34	0,76	1,52	0,71		-3,90	3,04
4	98,5	2,6	0,500	1,32	0,22	1,43	-0,76	0,00	-3,93	3,41
5	98,8	2,6		1,33	0,81	1,41	0,87		-4,16	3,31
6	98,9	0,6	0,161	1,21	0,65	1,27	0,38	-0,99	-4,67	3,60
7	98,6	2,4		1,32	0,10	1,37	-1,26		-4,17	3,49
8	98,6	1,6	0,489	1,22	0,49	1,26	-0,02	-0,03	-4,53	3,79
9	98,6	0,0		1,14	0,49	1,18	-0,02		-4,87	4,07

Tabela III.18 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto F

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	35,0									
2	40,0	10,0		5,00		6,27				
3	38,3	10,0		4,56	0,28	5,15	-0,58		-3,26	3,16
4	37,5	0,0	0,000	4,08	0,30	4,43	-0,54	0,00	-3,65	3,82
5	39,0	10,0		4,87	0,90	5,18	1,28		-3,34	3,05
6	38,3	10,0	0,707	4,65	0,25	4,89	-0,68	0,54	-3,43	3,33
7	37,9	0,0		4,43	0,27	4,62	-0,62		-3,56	3,60
8	38,1	5,0	0,416	4,17	0,67	4,32	0,43	-0,21	-3,85	3,80
9	37,8	5,0		4,04	0,25	4,17	-0,67		-3,93	4,01

Produto G

Tabela III.19 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto G

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,467									
2	1,468	0,001		0,0005		0,0006				
3	1,469	0,004		0,0026	0,96	0,0030	1,72		-20,08	15,50
4	1,466	0,015	0,958	0,0064	0,03	0,0069	-1,89	1,72	-8,26	6,96
5	1,465	0,002		0,0063	0,20	0,0067	-0,84		-8,31	7,29
6	1,459	0,029	0,888	0,0152	0,00	0,0160	-2,67	1,21	-3,24	3,34
7	1,456	0,009		0,0158	0,14	0,0165	-1,08		-3,02	3,38
8	1,457	0,021	0,653	0,0147	0,59	0,0152	0,23	0,39	-3,29	3,63
9	1,456	0,010		0,0139	0,34	0,0143	-0,40		-3,45	3,89

Tabela III.20 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto G

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	93,7									
2	93,6	0,1		0,06		0,08				
3	93,7	0,4		0,22	0,939	0,25	1,55		-29,82	30,57
4	93,6	1,0	0,924	0,42	0,051	0,45	-1,64	1,43	-15,00	17,40
5	93,7	1,3		0,49	0,895	0,52	1,26		-14,89	14,88
6	93,8	0,3	0,285	0,45	0,693	0,48	0,50	-0,57	-15,78	16,17
7	93,2	4,2		1,55	0,000	1,62	-3,50			
8	94,6	10,2		2,25	1,000	2,33	4,35			
9	94,2	2,9		1,19	1,000	1,23	3,69			

Tabela III.21 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto G

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	16,0									
2	17,0	2,0		1,00		1,25				
3	16,7	2,0		0,91	0,28	1,03	-0,58		-5,60	6,08
4	17,0	2,0	0,500	1,00	0,83	1,09	0,97	0,00	-5,54	5,54
5	16,8	2,0		0,97	0,22	1,04	-0,78		-5,66	5,95
6	17,0	2,0	0,577	1,00	0,84	1,05	0,99	0,20	-5,72	5,72
7	17,4	2,0		1,46	0,98	1,52	2,06		-4,18	3,75
8	17,5	2,0	0,609	1,36	0,64	1,41	0,35	0,28	-4,53	3,99
9	17,3	2,0		1,37	0,17	1,41	-0,97		-4,44	4,08

Produto H

Tabela III.22 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto H

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,910									
2	1,913	0,006		0,0030		0,0038				
3	1,915	0,004		0,0046	0,85	0,0052	1,02		-5,60	6,08
4	1,903	0,053	0,928	0,0245	0,01	0,0265	-2,52	0,00	-5,54	5,54
5	1,904	0,041		0,0213	0,56	0,0226	0,16		-5,66	5,95
6	1,899	0,038	0,580	0,0236	0,11	0,0248	-1,24	0,20	-5,72	5,72
7	1,897	0,021		0,0217	0,39	0,0227	-0,28		-4,18	3,75
8	1,895	0,011	0,210	0,0210	0,24	0,0218	-0,70	0,28	-4,53	3,99

Tabela III.23 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto H

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	90,0									
2	89,5	1,0		0,50		0,63				
3	89,7	1,0		0,46	0,72	0,52	0,58		-25,79	18,00
4	88,1	6,7	0,906	3,21	0,00	3,48	-2,71	1,31	-3,47	3,01
5	87,5	1,7		3,10	0,23	3,30	-0,75		-3,53	3,32
6	86,8	1,8	0,257	3,27	0,14	3,44	-1,09	-0,65	-3,23	3,34
7	87,2	6,8		3,23	0,80	3,37	0,84		-3,40	3,30
8	86,8	6,4	0,788	3,25	0,17	3,37	-0,96	0,80	-3,29	3,40

Tabela III.24 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto H

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	27,0									
2	26,0	2,0		1,00		1,25				
3	25,0	2,0		1,87	0,12	2,11	-1,16		-3,56	3,56
4	25,0	2,0	0,500	1,53	0,50	1,66	0,00	0,00	-4,53	4,53
5	25,4	2,0		1,60	0,84	1,70	0,98		-4,60	4,25
6	25,0	4,0	0,816	1,73	0,12	1,82	-1,17	0,90	-4,13	4,13
7	25,0	2,0		1,58	0,50	1,65	0,00		-4,56	4,56
8	24,4	5,0	0,825	2,30	0,01	2,38	-2,24	0,93	-2,96	3,36

Produto I

Tabela III.25 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Densidade do Produto I

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	1,631									
2	1,629	0,005		0,0025		0,0031				
3	1,623	0,013		0,0091	0,06	0,0103	-1,54		-3,17	4,14
4	1,625	0,017	0,818	0,0082	0,70	0,0089	0,54	0,91	-3,82	4,67
5	1,626	0,000		0,0074	0,69	0,0079	0,49		-4,39	5,15
6	1,624	0,016	0,670	0,0082	0,11	0,0087	-1,24	0,44	-3,82	4,86
7	1,624	0,009		0,0075	0,46	0,0079	-0,11		-4,20	5,38
8	1,625	0,007	0,353	0,0073	0,76	0,0076	0,72	-0,38	-4,43	5,50

Tabela III.26 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Viscosidade do Produto I

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	112,1									
2	110,8	2,5		1,27		1,59				
3	110,7	0,7		0,95	0,40	1,07	-0,27		-3,27	3,76
4	110,8	1,1	0,260	0,86	0,72	0,93	0,57	-0,64	-3,90	4,16
5	110,7	1,2		0,80	0,28	0,85	-0,59		-4,17	4,68
6	111,1	2,8	0,711	1,18	0,97	1,24	1,89	0,56	-3,10	2,99
7	110,9	3,0		1,15	0,21	1,20	-0,81		-3,09	3,17
8	110,8	0,3	0,084	1,09	0,30	1,13	-0,53	-1,38	-3,21	3,41

Tabela III.27 - Tabela auxiliar de cálculo da característica Escorrimento do Produto I

Amostra	\bar{X}	MR_r	$F_{1,v}$	S_r	G_{r-2}	σ_r	$Q(X)$	$Q(MR)$	Q_I	Q_S
1	24,0									
2	24,5	1,0		0,50		0,63				
3	24,7	0,0		0,46	0,72	0,52	0,58		-6,81	10,71
4	25,0	1,0	0,500	0,76	0,94	0,83	1,53	0,00	-4,53	6,35
5	25,4	1,0		1,11	0,95	1,18	1,64		-3,43	4,19
6	25,5	1,0	0,577	1,02	0,68	1,08	0,46	0,20	-3,84	4,54
7	25,4	1,0		0,95	0,34	0,99	-0,43		-4,10	4,97
8	25,5	1,0	0,609	0,91	0,70	0,94	0,53	0,28	-4,40	5,20

III.3. Valores Recolhidos

Tabela III.1 - Valores recolhidos do produto A

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,530	88,4	14
2	1,520	89,1	13
3	1,531	90,0	11
4	1,539	88,1	14
5	1,540	87,0	14
6	1,541	86,6	11
7	1,537	89,0	12
8	1,529	86,8	14
9	1,520	87,1	13
10	1,540	90,0	16

Tabela III.2 - Valores recolhidos do produto B

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,798	97,1	24
2	1,803	97,3	26
3	1,792	96,5	27
4	1,804	96,7	25
5	1,786	92,3	22
6	1,775	92,5	21
7	1,791	94,1	25
8	1,788	94,0	20
9	1,796	93,0	21
10	1,798	96,0	27
11	1,799	97,0	26
12	1,740	93,0	27
13	1,796	97,0	24
14	1,799	93,9	26
15	1,793	91,7	26
16	1,782	93,8	19

Tabela III.3 - Valores recolhidos do produto C

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,373	87,2	40
2	1,376	88,0	45
3	1,377	87,9	40
4	1,375	89,0	45
5	1,378	87,0	50
6	1,38	91,4	45
7	1,371	91,1	40
8	1,361	91,0	45
9	1,379	85,9	50
10	1,378	86,1	55
11	1,376	86,4	45
12	1,368	89,1	40
13	1,378	86,5	45
14	1,379	87,0	40
15	1,372	86,0	45
16	1,38	89,0	50

Tabela III.4 - Valores recolhidos do produto D

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,110	78,0	10
2	1,120	76,2	11
3	1,121	77,0	10
4	1,117	71,0	12
5	1,113	75,0	10
6	1,114	76,0	12
7	1,126	70,0	11
8	1,120	77,8	13
9	1,107	74,6	12
10	1,140	78,9	11

Tabela III.5 - Valores recolhidos do produto E

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,227	74,6	12
2	1,238	75,1	14
3	1,244	75,0	12
4	1,236	74,6	13
5	1,237	74,1	12
6	1,247	75,0	11
7	1,238	74,0	13
8	1,240	75,0	12
9	1,212	72,0	15
10	1,227	74,8	12

Tabela III.6 - Valores recolhidos do produto F

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,564	97,0	35
2	1,558	99,6	45
3	1,565	100,0	35
4	1,568	97,4	35
5	1,552	100,0	45
6	1,57	99,4	35
7	1,548	97,0	35
8	1,539	98,6	40
9	1,556	98,6	35

Tabela III.7 - Valores recolhidos do produto G

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,467	93,7	16
2	1,468	93,6	18
3	1,472	94,0	16
4	1,457	93,0	18
5	1,459	94,3	16
6	1,430	94,0	18
7	1,439	89,8	22
8	1,460	100,0	18
9	1,450	97,1	20

Tabela III.8 - Valores recolhidos do produto H

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,910	90,0	27
2	1,916	89,0	25
3	1,920	90,0	23
4	1,867	83,3	25
5	1,908	85,0	27
6	1,870	83,2	23
7	1,891	90,0	25
8	1,880	83,6	20

Tabela III.9 - Valores recolhidos do produto I

Amostra	Densidade	Viscosidade	Escorrimento
1	1,631	112,1	24
2	1,626	109,6	25
3	1,613	110,3	25
4	1,63	111,4	26
5	1,63	110,2	27
6	1,614	113,0	26
7	1,623	110,0	26
8	1,63	110,2	26

Anexo IV. Processo de Produção de Tinta – Estudo Multivariado

IV.1. Cartas de Controle

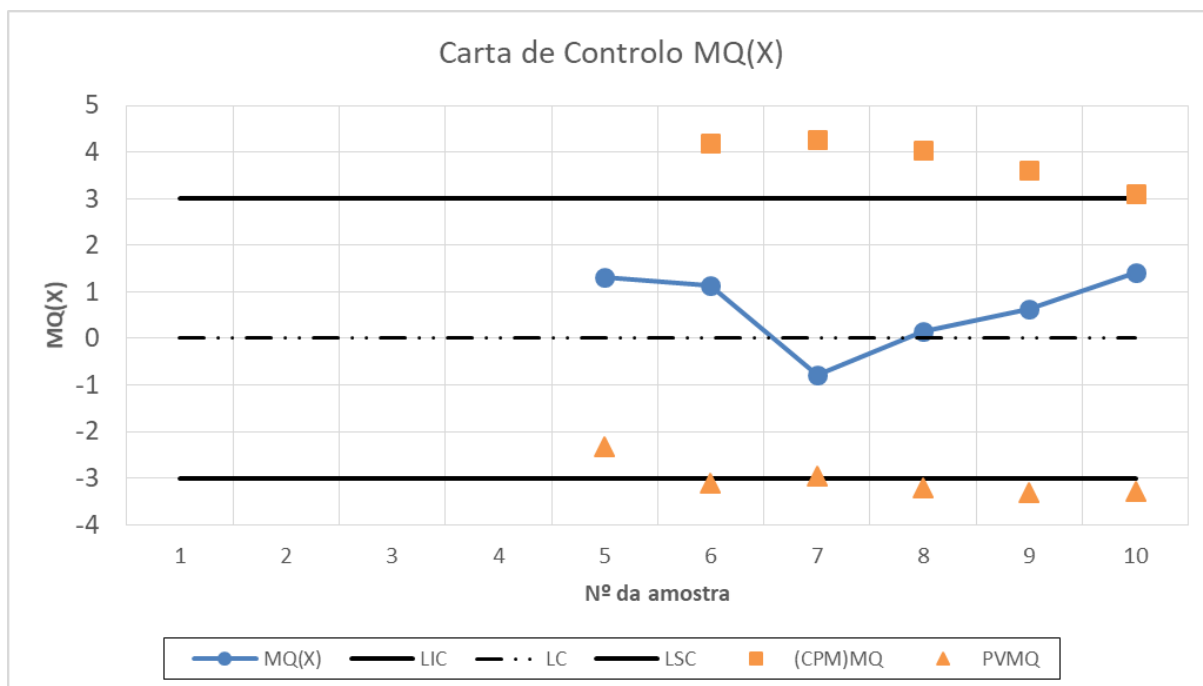


Figura IV.1 - Carta de Controle $MQ(X)$ para o produto A

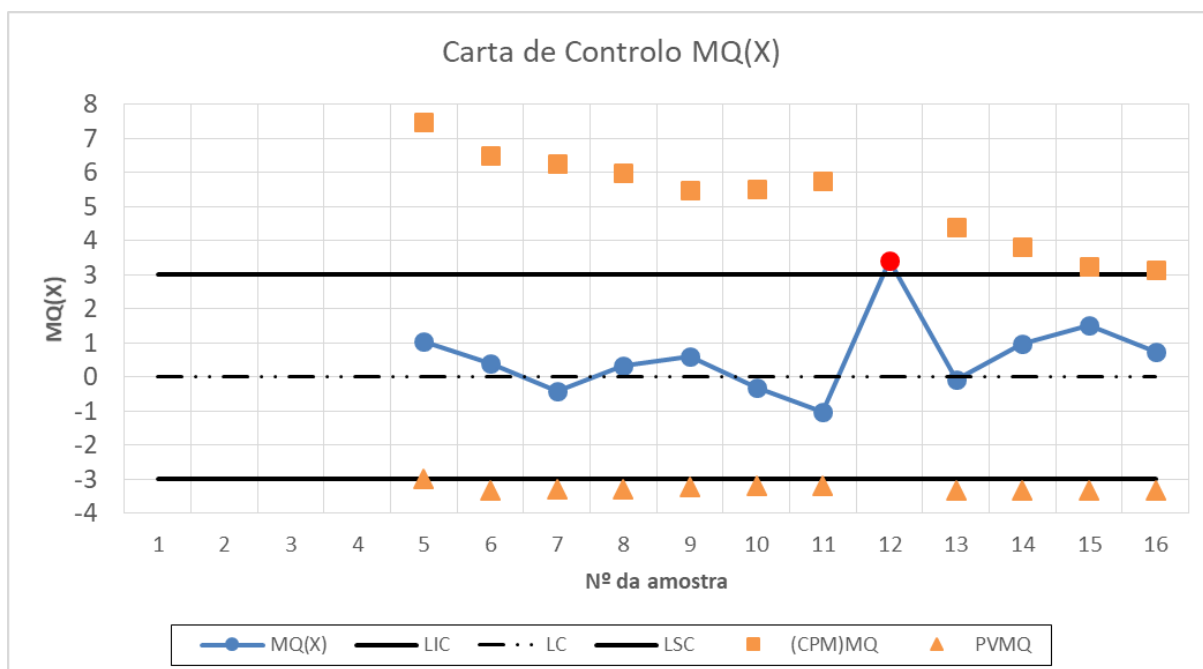


Figura IV.2 - Carta de Controle $MQ(X)$ para o produto B

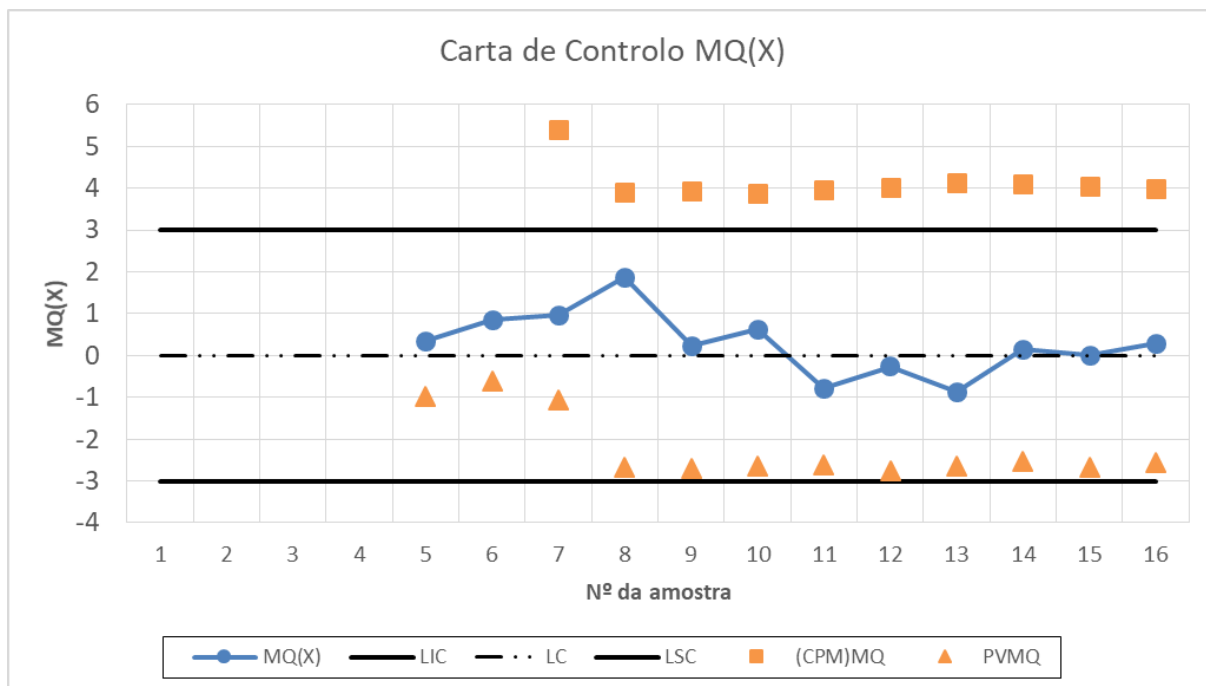


Figura IV.3 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto C

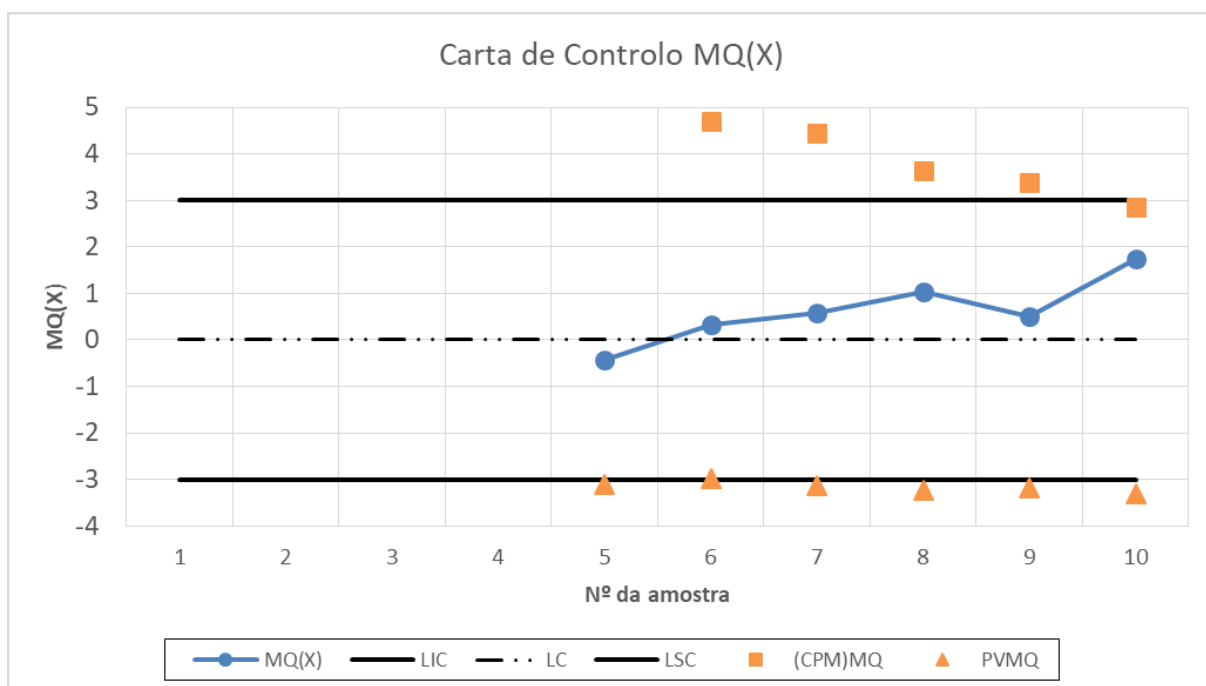


Figura IV.4 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto D

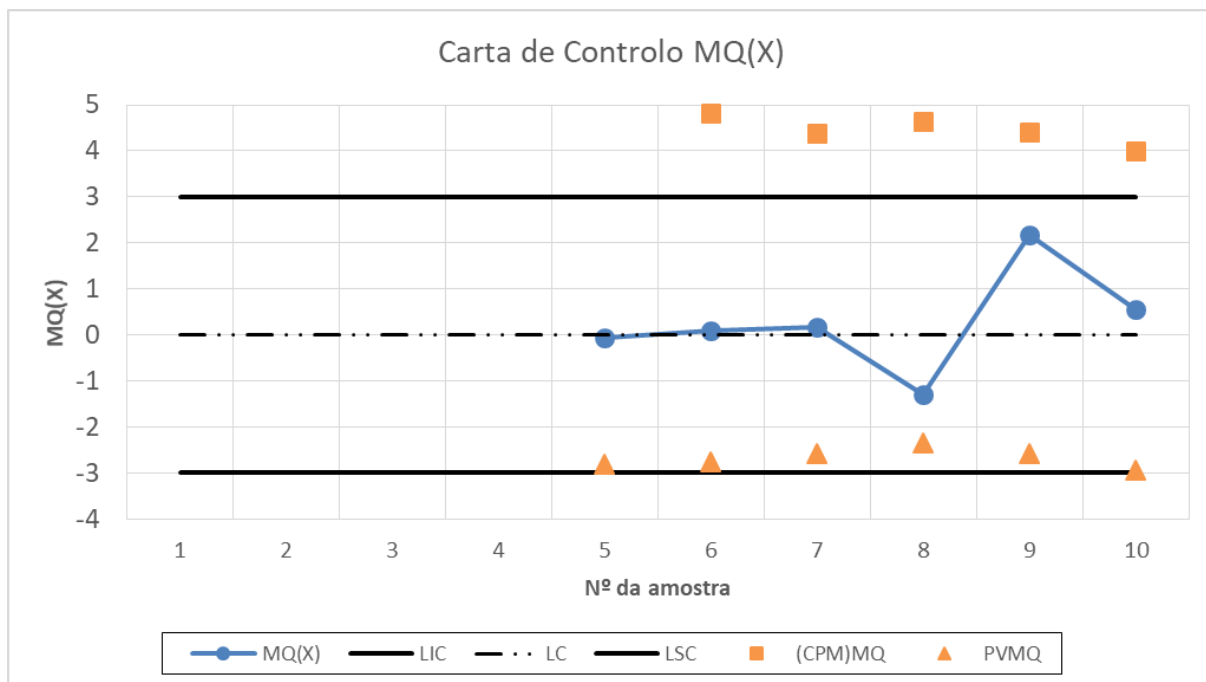


Figura IV.5 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto E

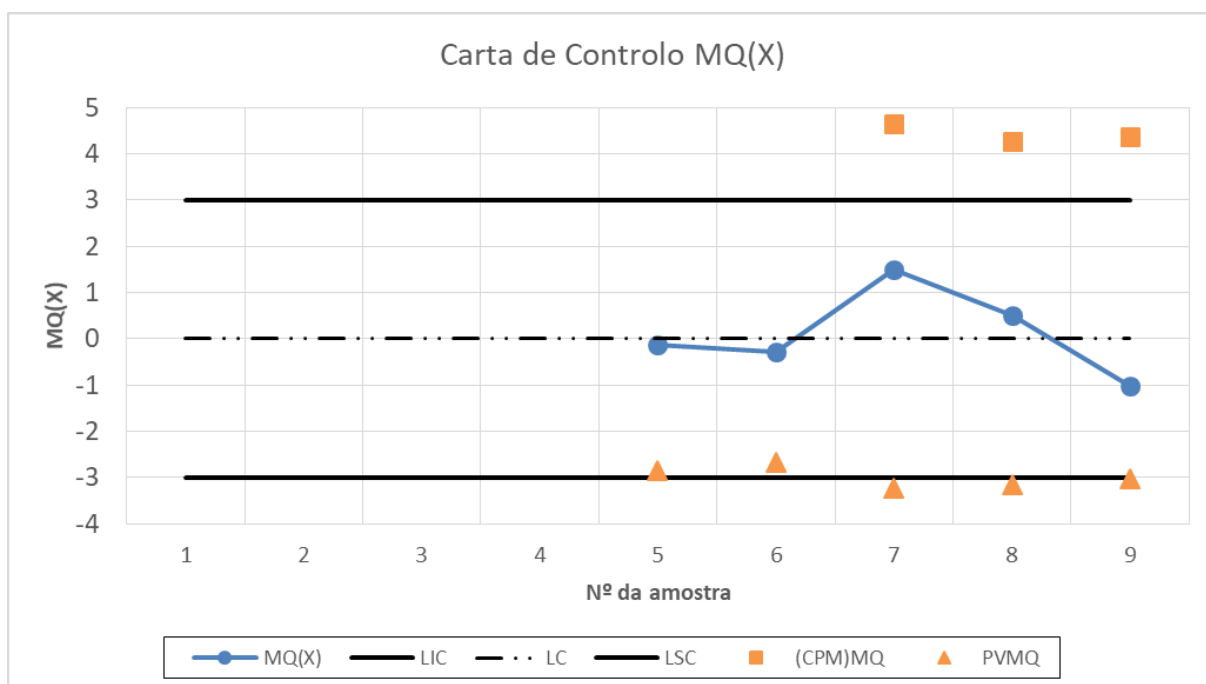


Figura IV.6 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto F

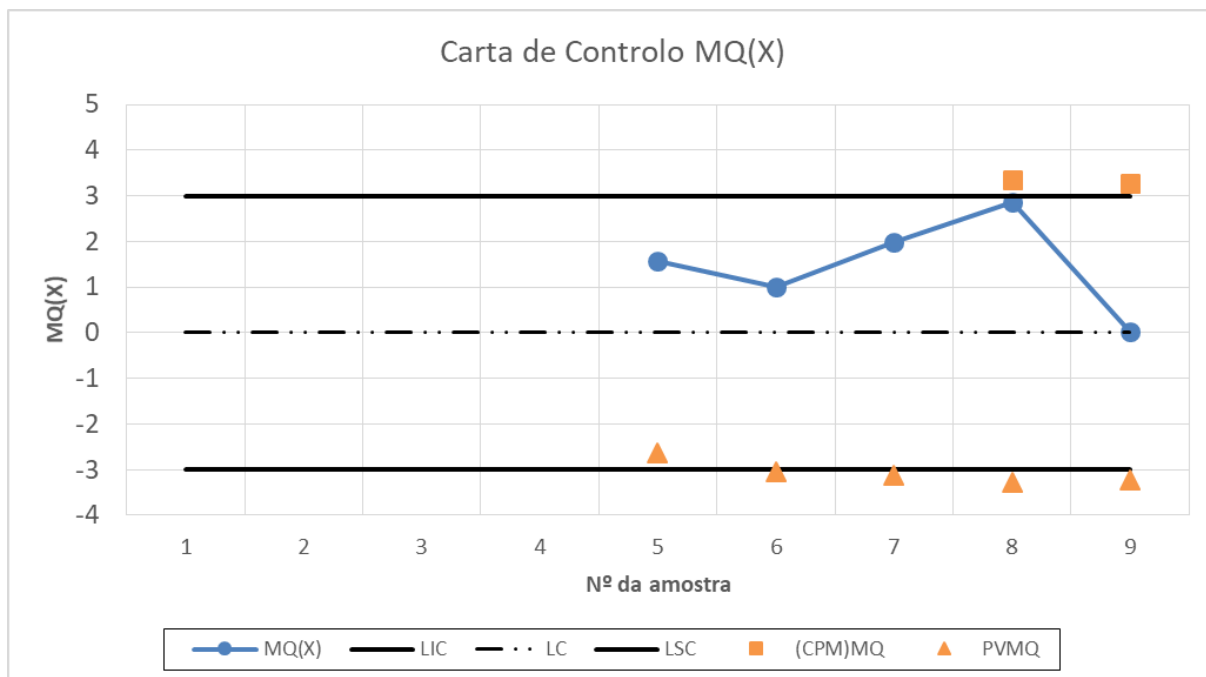


Figura IV.7 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto G

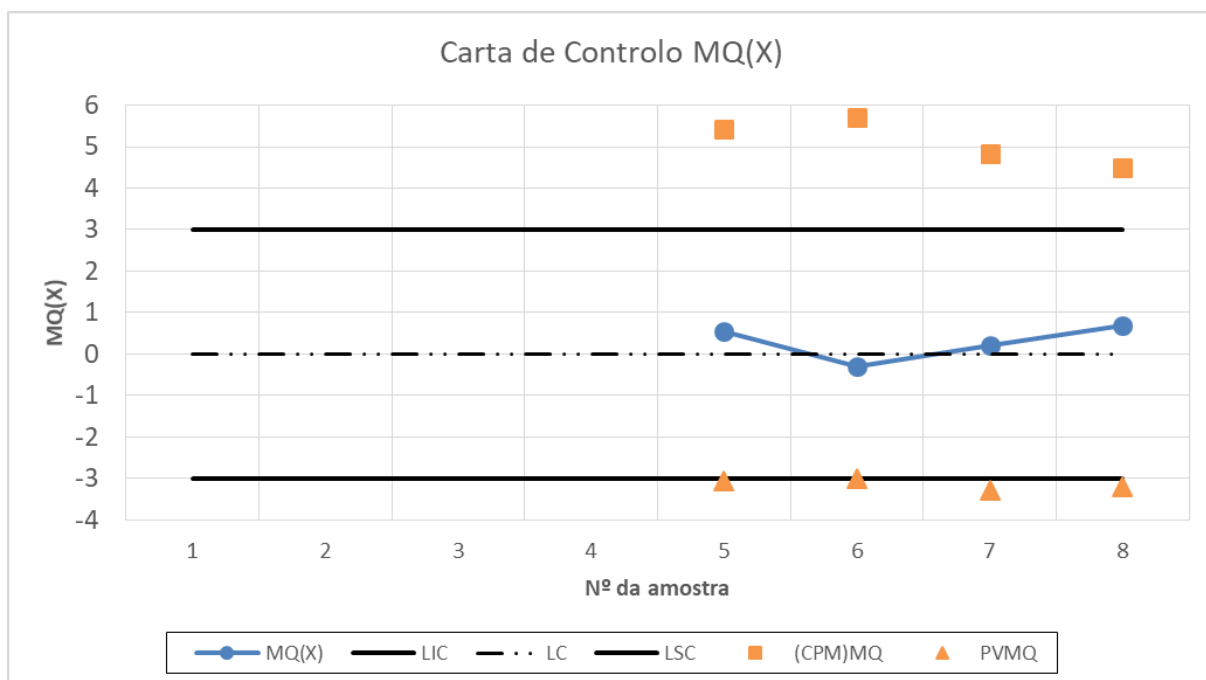


Figura IV.8 - Carta de Controlo $MQ(X)$ para o produto H

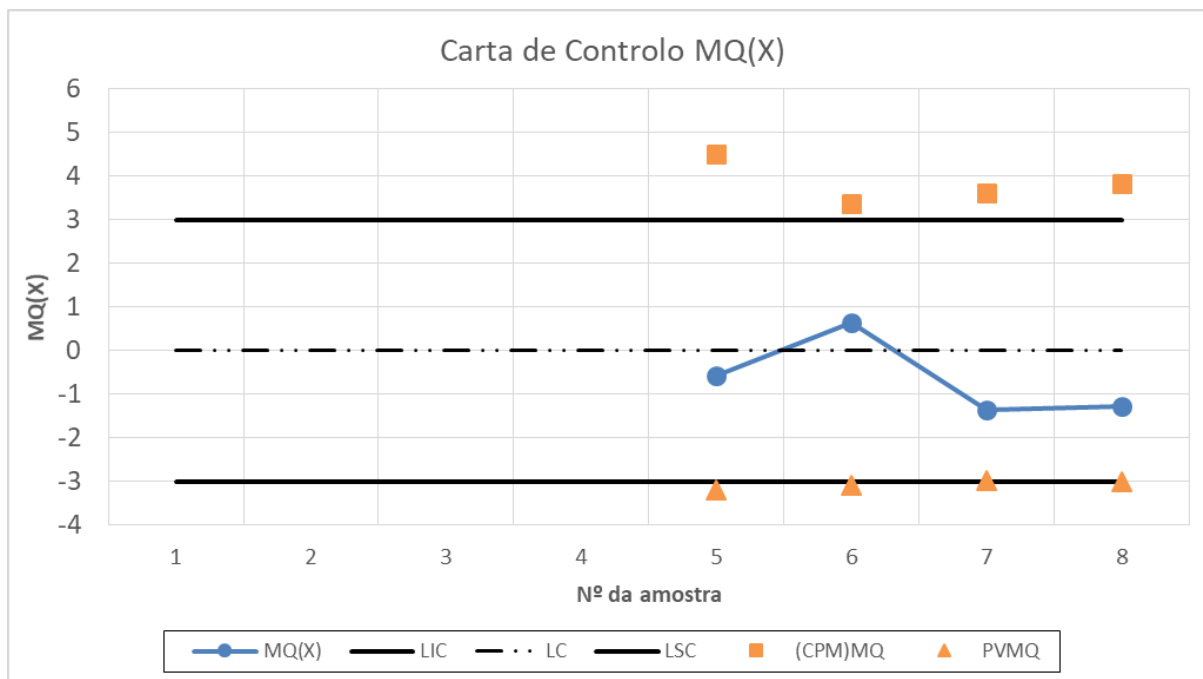


Figura IV.9 - Carta de Controle $MQ(X)$ para o produto I

IV.2. Tabelas Auxiliares à Construção das Cartas de Controle

No produto A, identificam-se todas as tabelas auxiliares que foram utilizadas para a construção da carta de controle e índices de capacidade inerentes ao estudo do processo. Devido ao elevado número de cálculos por produto, verifica-se a demonstração dos mesmos no produto A a título exemplificativo. Para os restantes processos observa-se apenas a tabela auxiliar da carta de controle $MQ(X)$.

Tabela IV.1 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto A

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$
1	1,530	88,40	14,0						
2	1,525	88,75	13,5	-0,010	0,70	-1,0			
3	1,527	89,17	12,7	0,006	1,25	-2,5			
4	1,530	88,90	13,0	0,012	-1,07	1,3			
5	1,532	88,52	13,2	0,010	-1,92	1,0	62,10	0,9071	1,32
6	1,534	88,20	12,8	0,009	-1,91	-2,2	7,09	0,8739	1,15
7	1,534	88,31	12,7	0,003	0,80	-0,8	0,37	0,2151	-0,79
8	1,533	88,12	12,9	-0,005	-1,56	1,3	1,10	0,5547	0,14
9	1,532	88,00	12,9	-0,013	-1,06	0,1	1,78	0,7328	0,62
10	1,533	88,20	13,2	0,008	2,00	3,1	3,80	0,9227	1,42

Apresentam-se as matrizes das covariâncias, respectivas matrizes inversas, matrizes das covariâncias excetuando a variável (j) e respectivas matrizes inversas, a cada instante r referentes ao produto A.

$\mathbf{S}_5 = \begin{bmatrix} 6,5\text{E} - 5 & -0,0059 & 0,0038 \\ -0,0059 & 1,27 & -1,26 \\ 0,0038 & -1,26 & 1,70 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_5(1) = \begin{bmatrix} 1,27 & -1,26 \\ -1,26 & 1,70 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_5^{-1}(1) = \begin{bmatrix} 2,94 & 2,18 \\ 2,18 & 2,20 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_5^{-1} = \begin{bmatrix} 34275 & 311,4 & 155 \\ 311,4 & 5,77 & 3,59 \\ 155 & 3,59 & 2,90 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_5(2) = \begin{bmatrix} 6,5\text{E} - 5 & 0,0038 \\ 0,0038 & 1,70 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_5^{-1}(2) = \begin{bmatrix} 17474 & -38,6 \\ -38,6 & 0,67 \end{bmatrix}$
	$\mathbf{S}_5(3) = \begin{bmatrix} 6,5\text{E} - 5 & -0,0059 \\ -0,0059 & 1,27 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_5^{-1}(3) = \begin{bmatrix} 25999 & 120 \\ 120 & 1,34 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_6 = \begin{bmatrix} 6,6\text{E} - 5 & -0,0076 & 0,0003 \\ -0,0076 & 1,62 & -0,31 \\ 0,0003 & -0,31 & 2,17 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_6(1) = \begin{bmatrix} 1,62 & -0,31 \\ -0,31 & 2,17 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_6^{-1}(1) = \begin{bmatrix} 0,63 & 0,09 \\ 0,09 & 0,47 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_6^{-1} = \begin{bmatrix} 34073 & 164 & 28 \\ 164 & 1,42 & 0,22 \\ 28 & 0,22 & 0,50 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_6(2) = \begin{bmatrix} 6,6\text{E} - 5 & 0,0003 \\ 0,0003 & 2,17 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_6^{-1}(2) = \begin{bmatrix} 15184 & 2,10 \\ 2,10 & 0,46 \end{bmatrix}$
	$\mathbf{S}_6(3) = \begin{bmatrix} 6,6\text{E} - 5 & -0,0076 \\ -0,0076 & 1,62 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_6^{-1}(3) = \begin{bmatrix} 32494 & 151 \\ 151 & 1,3 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_7 = \begin{bmatrix} 6\text{E} - 5 & 0,006 & -0,001 \\ 0,006 & 1,44 & -0,35 \\ -0,001 & -0,35 & 1,90 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_7(1) = \begin{bmatrix} 1,44 & -0,35 \\ -0,35 & 1,90 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_7^{-1}(1) = \begin{bmatrix} 0,72 & 0,13 \\ 0,13 & 0,55 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_7^{-1} = \begin{bmatrix} 33108 & 144 & 38,3 \\ 144 & 1,35 & 0,30 \\ 38,3 & 0,30 & 0,59 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_7(2) = \begin{bmatrix} 6\text{E} - 5 & -0,001 \\ -0,001 & 1,90 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_7^{-1}(2) = \begin{bmatrix} 17720 & 6,2 \\ 6,2 & 0,53 \end{bmatrix}$
	$\mathbf{S}_7(3) = \begin{bmatrix} 6\text{E} - 5 & 0,006 \\ 0,006 & 1,44 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_7^{-1}(3) = \begin{bmatrix} 30640 & 125 \\ 125 & 1,2 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_8 = \begin{bmatrix} 5,2\text{E} - 5 & -0,004 & -0,001 \\ -0,004 & 1,54 & -0,55 \\ -0,001 & -0,55 & 1,84 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_8(1) = \begin{bmatrix} 1,54 & -0,55 \\ -0,55 & 1,84 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_8^{-1}(1) = \begin{bmatrix} 0,73 & 0,22 \\ 0,22 & 0,61 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_8^{-1} = \begin{bmatrix} 27739 & 90 & 48 \\ 90 & 1,02 & 0,37 \\ 48 & 0,37 & 0,69 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_8(2) = \begin{bmatrix} 5,2\text{E} - 5 & -0,001 \\ -0,001 & 1,84 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_8^{-1}(2) = \begin{bmatrix} 19736 & 14,8 \\ 14,8 & 0,55 \end{bmatrix}$
	$\mathbf{S}_8(3) = \begin{bmatrix} 5,2\text{E} - 5 & -0,004 \\ -0,004 & 1,54 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_8^{-1}(3) = \begin{bmatrix} 24422 & 64 \\ 64 & 0,8 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_9 = \begin{bmatrix} 6,5\text{E} - 5 & -0,002 & -0,001 \\ -0,002 & 1,47 & -0,50 \\ -0,001 & -0,50 & 1,61 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_9(1) = \begin{bmatrix} 1,47 & -0,50 \\ -0,50 & 1,61 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_9^{-1}(1) = \begin{bmatrix} 0,76 & 0,23 \\ 0,23 & 0,69 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_9^{-1} = \begin{bmatrix} 16815 & 31 & 24 \\ 31 & 0,81 & 0,28 \\ 24 & 0,28 & 0,73 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_9(2) = \begin{bmatrix} 6,5\text{E} - 5 & -0,001 \\ -0,001 & 1,61 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_9^{-1}(2) = \begin{bmatrix} 15646 & 13,5 \\ 13,5 & 0,63 \end{bmatrix}$
	$\mathbf{S}_9(3) = \begin{bmatrix} 6,5\text{E} - 5 & -0,002 \\ -0,002 & 1,47 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_9^{-1}(3) = \begin{bmatrix} 16021 & 22 \\ 22 & 0,7 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_{10} = \begin{bmatrix} 6,4\text{E} - 5 & -0,0002 & 0,0012 \\ -0,0002 & 1,71 & 0,18 \\ 0,0012 & 0,18 & 2,40 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_{10}(1) = \begin{bmatrix} 1,71 & 0,18 \\ 0,18 & 2,40 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_{10}^{-1}(1) = \begin{bmatrix} 0,59 & -0,04 \\ -0,04 & 0,42 \end{bmatrix}$
$\mathbf{S}_{10}^{-1} = \begin{bmatrix} 15823 & 2,94 & -7,90 \\ 2,94 & 0,59 & -0,05 \\ -7,90 & -0,05 & 0,42 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_{10}(2) = \begin{bmatrix} 6,4\text{E} - 5 & 0,0012 \\ 0,0012 & 2,40 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_{10}^{-1}(2) = \begin{bmatrix} 15808 & -7,67 \\ 7,67 & 0,42 \end{bmatrix}$
	$\mathbf{S}_{10}(3) = \begin{bmatrix} 6,4\text{E} - 5 & -0,0002 \\ -0,0002 & 1,71 \end{bmatrix}$	$\mathbf{S}_{10}^{-1}(3) = \begin{bmatrix} 15676 & 2 \\ 2 & 0,6 \end{bmatrix}$

Tabela IV.2 - Cálculos auxiliares para determinação de índices de capacidade multivariados do produto A

Amostra	$\det(S^{-1})$	$\det(S^{-1}(1))$	$\det(S^{-1}(2))$	$\det(S^{-1}(3))$	LSP			LIP			LSP - LIP			T^2	$(CPM)_{Mq}$	PV_{Mq}
					Dens.	Visc.	Escorr.	Dens.	Visc.	Escorr.	Dens.	Visc.	Escorr.			
5	59321	1,73	10279	20435	1,551	89,95	15,2	1,513	87,09	11,2	0,037	2,9	4,0	3,30	7,11	-2,32
6	9957	0,29	7008	20017	1,552	91,08	17,7	1,515	85,32	8,0	0,037	5,8	9,7	0,67	4,19	-3,11
7	12601	0,38	9303	21210	1,553	91,27	17,2	1,515	85,36	8,3	0,037	5,9	8,9	0,93	4,27	-2,96
8	10952	0,39	10730	15822	1,554	91,52	17,0	1,513	84,72	8,7	0,041	6,8	8,3	0,36	4,05	-3,22
9	7904	0,47	9711	10863	1,558	91,81	16,9	1,505	84,19	8,9	0,052	7,6	8,1	0,06	3,62	-3,32
10	3884	0,25	6587	9162	1,560	92,67	18,5	1,505	83,73	7,9	0,054	8,9	10,6	0,14	3,10	-3,30

Tabela IV.3 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto C

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,373	87,2	40								
2	1,375	87,60	42,5	0,003	0,80	5,0					
3	1,375	87,70	41,7	0,003	0,30	-2,5					
4	1,375	88,03	42,5	0,000	1,30	3,3					
5	1,376	87,82	44,0	0,003	-1,03	7,5	3,63	0,6361	0,35	7,77	-0,98
6	1,377	88,42	44,2	0,004	3,58	1,0	4,20	0,8017	0,85	6,79	-0,61
7	1,376	88,80	43,6	-0,006	2,68	-4,2	3,55	0,8372	0,98	5,39	-1,07
8	1,374	89,08	43,8	-0,015	2,20	1,4	8,86	0,9693	1,87	3,91	-2,66
9	1,374	88,72	44,4	0,005	-3,17	6,3	1,16	0,5877	0,22	3,94	-2,70
10	1,375	88,46	45,5	0,004	-2,62	10,6	1,69	0,7335	0,62	3,87	-2,65
11	1,375	88,28	45,5	0,001	-2,03	-0,5	0,36	0,2140	-0,79	3,96	-2,62
12	1,374	88,35	45,0	-0,007	0,82	-5,5	0,65	0,3953	-0,27	4,02	-2,75
13	1,375	88,20	45,0	0,004	-1,85	0,0	0,32	0,1911	-0,87	4,13	-2,65
14	1,375	88,12	44,6	0,004	-1,20	-5,0	0,97	0,5570	0,14	4,09	-2,53
15	1,375	87,98	44,7	-0,003	-2,12	0,4	0,84	0,5005	0,00	4,04	-2,67
16	1,375	88,04	45,0	0,005	1,02	5,3	1,11	0,6177	0,30	3,98	-2,57

Tabela IV.4 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto D

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,11	78	10								
2	1,115	77,10	10,5	0,010	-1,80	1,0					
3	1,117	77,07	10,3	0,006	-0,10	-0,5					
4	1,117	75,55	10,8	0,000	-6,07	1,7					
5	1,116	75,44	10,6	-0,004	-0,55	-0,8	0,76	0,3351	-0,43	6,08	-3,12
6	1,116	75,53	10,8	-0,002	0,56	1,4	1,81	0,6249	0,32	4,70	-2,99
7	1,117	74,74	10,9	0,010	-5,53	0,2	2,07	0,7177	0,58	4,44	-3,13
8	1,118	75,13	11,1	0,003	3,06	2,1	3,11	0,8494	1,03	3,63	-3,24
9	1,116	75,07	11,2	-0,011	-0,53	0,9	1,58	0,6948	0,51	3,39	-3,18
10	1,119	75,45	11,2	0,024	3,83	-0,2	5,26	0,9592	1,74	2,86	-3,32

Tabela IV.5 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto E

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,227	74,63	12								
2	1,233	74,85	13,0	0,011	0,44	2,0					
3	1,236	74,89	12,7	0,012	0,13	-1,0					
4	1,236	74,82	12,8	0,000	-0,31	0,3					
5	1,236	74,67	12,6	0,001	-0,72	-0,8	1,49	0,4733	-0,07	5,03	-2,80
6	1,238	74,73	12,3	0,011	0,33	-1,6	1,31	0,5402	0,10	4,82	-2,75
7	1,238	74,62	12,4	0,000	-0,73	0,7	1,23	0,5660	0,17	4,38	-2,58
8	1,238	74,67	12,4	0,002	0,38	-0,4	0,18	0,0956	-1,31	4,63	-2,34
9	1,235	74,37	12,7	-0,026	-2,67	2,6	9,99	0,9851	2,17	4,40	-2,57
10	1,235	74,42	12,6	-0,008	0,43	-0,7	1,58	0,7113	0,56	4,01	-2,93

Tabela IV.6 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto F

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,564	97	35								
2	1,561	98,30	40,0	-0,006	2,60	10,0					
3	1,562	98,87	38,3	0,004	1,70	-5,0					
4	1,564	98,50	37,5	0,006	-1,47	-3,3					
5	1,561	98,80	39,0	-0,012	1,50	7,5	1,31	0,4471	-0,13	7,01	-2,86
6	1,563	98,90	38,3	0,009	0,60	-4,0	0,75	0,3856	-0,29	6,88	-2,68
7	1,561	98,63	37,9	-0,015	-1,90	-3,3	7,51	0,9341	1,51	4,66	-3,23
8	1,558	98,63	38,1	-0,022	-0,03	2,1	1,70	0,6957	0,51	4,27	-3,14
9	1,558	98,62	37,8	-0,002	-0,03	-3,1	0,27	0,1540	-1,02	4,37	-3,04

Tabela IV.7 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto G

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,467	93,68	16								
2	1,468	93,62	17,0	0,001	-0,12	2,0					
3	1,469	93,75	16,7	0,004	0,38	-1,0					
4	1,466	93,56	17,0	-0,012	-0,75	1,3					
5	1,465	93,71	16,8	-0,007	0,74	-1,0	156,16	0,9413	1,57	11,09	-2,62
6	1,459	93,76	17,0	-0,035	0,29	1,2	5,38	0,8392	0,99	9,49	-3,05
7	1,456	93,19	17,7	-0,020	-3,96	5,0	16,15	0,9765	1,99	7,97	-3,12
8	1,457	94,04	17,8	0,004	6,81	0,3	38,77	0,9980	2,87	3,34	-3,29
9	1,456	94,38	18,0	-0,007	3,06	2,3	0,93	0,5098	0,02	3,27	-3,23

Tabela IV.8 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto H

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,91	90	27								
2	1,913	89,50	26,0	0,006	-1,00	-2,0					
3	1,915	89,67	25,0	0,007	0,50	-3,0					
4	1,903	88,08	25,0	-0,048	-6,37	0,0					
5	1,904	87,46	25,4	0,005	-3,08	2,0	6,07	0,7121	0,56	5,43	-3,05
6	1,899	86,75	25,0	-0,034	-4,26	-2,4	0,75	0,3850	-0,29	5,69	-3,02
7	1,897	87,21	25,0	-0,007	3,25	0,0	1,30	0,5833	0,21	4,83	-3,28
8	1,895	86,76	24,4	-0,017	-3,61	-5,0	2,10	0,7566	0,70	4,49	-3,21

Tabela IV.9 - Tabela auxiliar de cálculo para carta multivariada do produto I

Amostra	\bar{X}_r'			$(X_r - \bar{X}_{r-1})'$			A_r	$F_{p,r-1-p}$	$MQ(X)$	$(CPM)_{MQ}$	PV_{MQ}
1	1,631	112,1	24								
2	1,629	110,83	24,5	-0,005	-2,54	1,0					
3	1,623	110,65	24,7	-0,015	-0,53	0,5					
4	1,625	110,84	25,0	0,007	0,75	1,3					
5	1,626	110,71	25,4	0,005	-0,64	2,0	0,60	0,2859	-0,57	4,50	-3,19
6	1,624	111,09	25,5	-0,012	2,29	0,6	3,01	0,7410	0,65	3,39	-3,08
7	1,624	110,93	25,6	-0,001	-1,11	0,5	0,17	0,0876	-1,36	3,62	-2,97
8	1,625	110,85	25,6	0,006	-0,69	0,4	0,19	0,1016	-1,27	3,84	-3,00

Anexo V. Processo de Enchimento

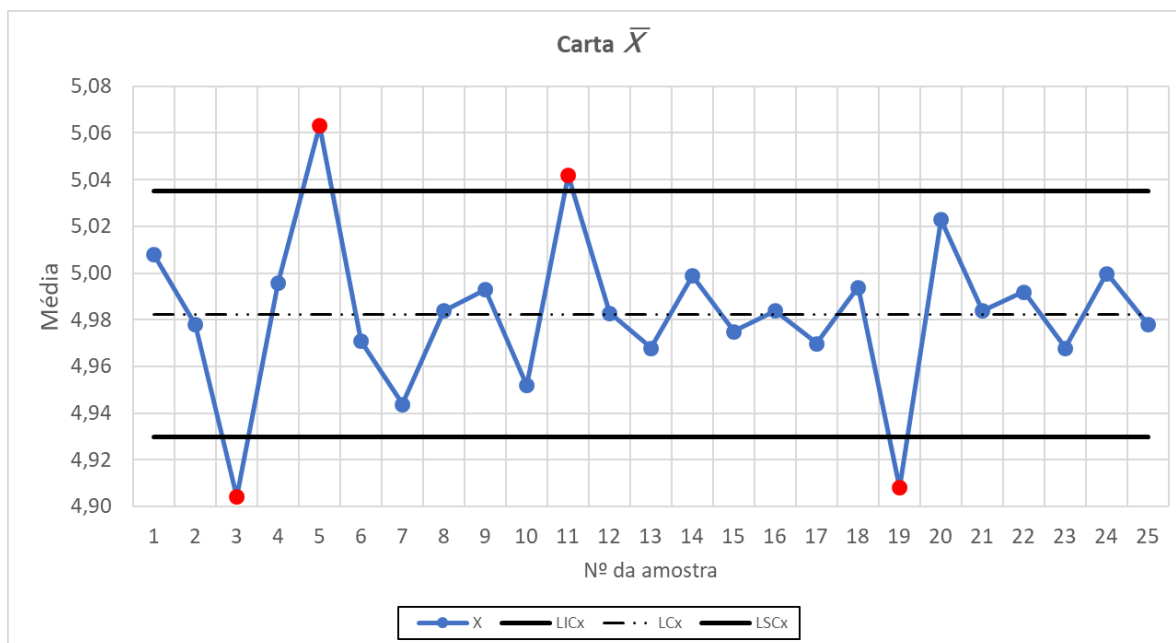


Figura V.1 – Carta \bar{X} do volume de enchimento de 5 litros

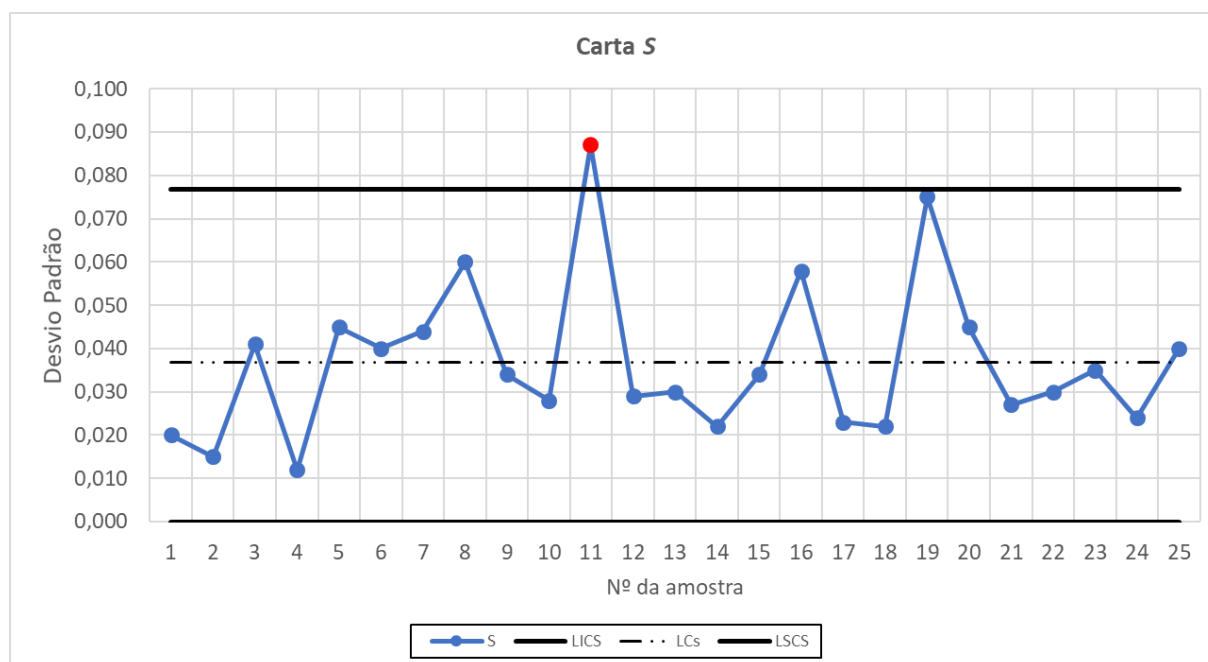


Figura V.2 - Carta S do volume de enchimento de 5 litros

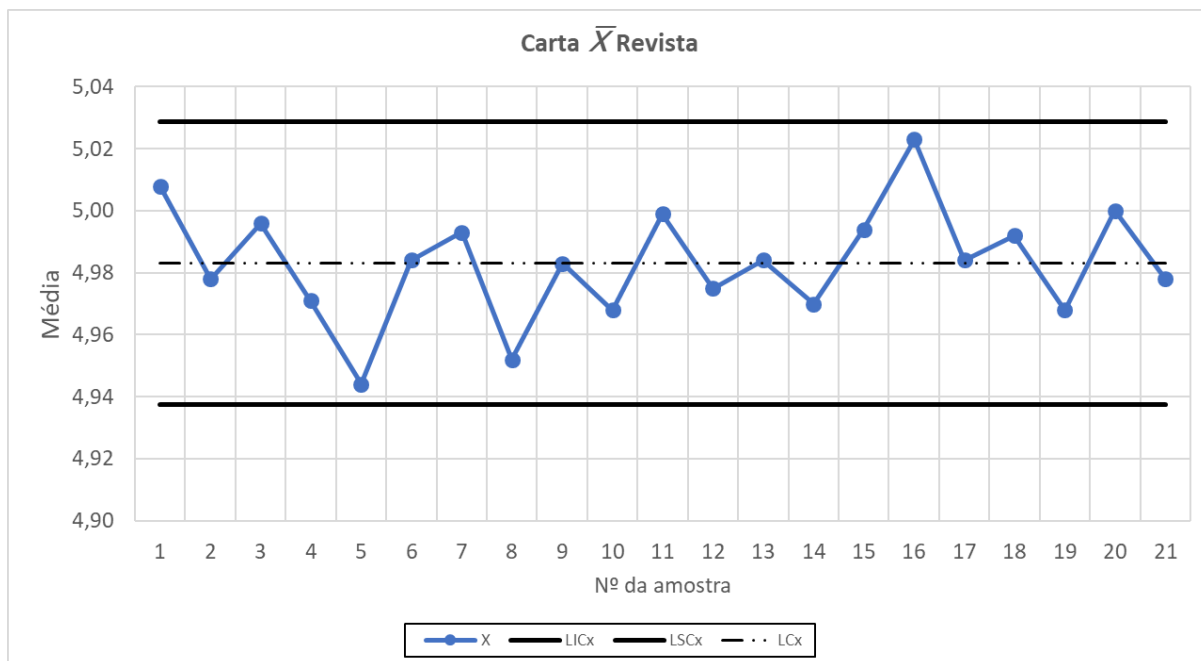


Figura V.3 - Carta \bar{X} revista do volume de enchimento de 5 litros

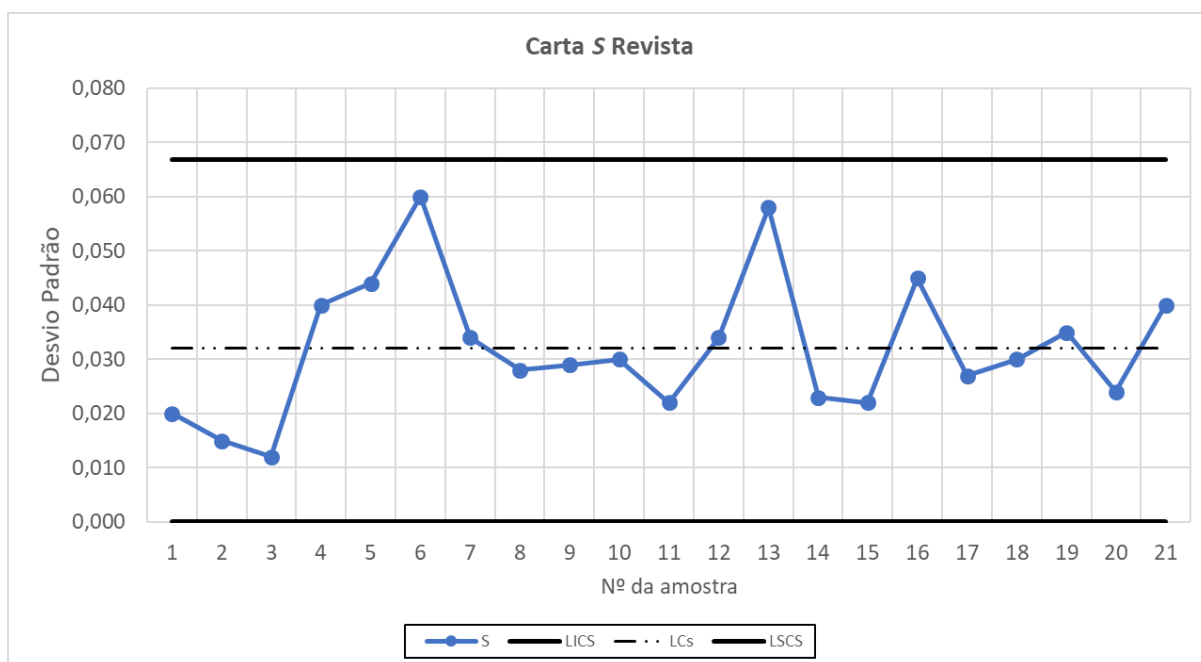


Figura V.4 - Carta S revista do volume de enchimento de 5 litros

Zones A/B/C: 3,000/2,000/1,000 * Sigma Tests for special causes (runs rules)	Volume 5 litros ; Runs Tests (Spreadsheet5) X-bar Chart Center line: 4,983048 Sigma: 0,015225			
	from sample	to sample		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		

Figura V.5 - Regras para detecção de padrões não aleatórios na carta \bar{X} no volume 5 litros

Zones A/B/C: 3,000/2,000/1,000 * Sigma Tests for special causes (runs rules)	Volume 5 litros ; Runs Tests (Spreadsheet5) S Chart Center line: 0,032000 Sigma: 0,011616			
	from sample	to sample		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		
	OK	OK		

Figura V.6 - Regras para detecção de padrões não aleatórios na carta S no volume 5 litros

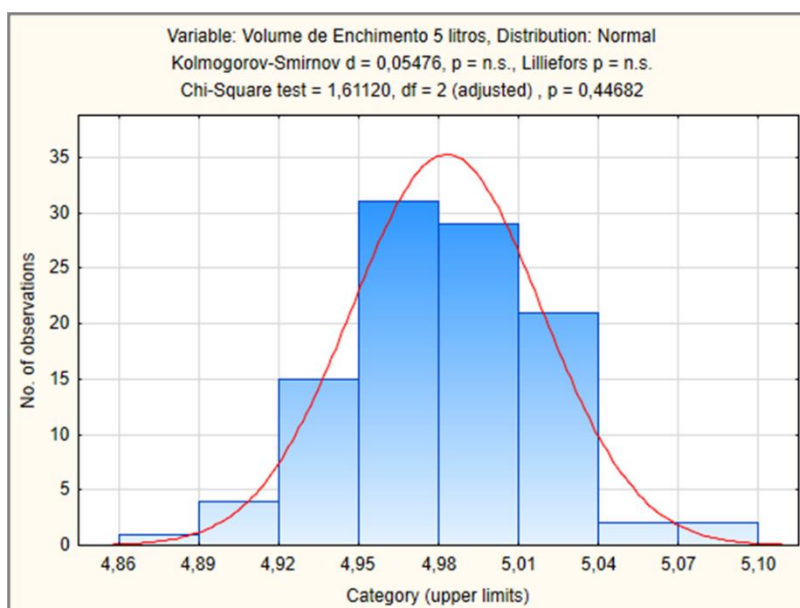


Figura V.7 - Normalidade dos dados relativos ao volume de 5 litros